

Κεφάλαιο 2: Κύματα

Θέμα Α: Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής αρκεί να γράψετε τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση ή που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.

Παρατήρηση: Χρησιμοποιούμε τα σύμβολα $υ$ για την ταχύτητα του κύματος και $ν$ για την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου.

- 1.1. Κατά την διάδοση ενός κύματος σε ένα ελαστικό μέσο :
 - α. μεταφέρεται ύλη.
 - β. μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.
 - γ. όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν την ίδια φάση την ίδια χρονική στιγμή.
 - δ. μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.
- 1.2. Όταν ένα περιοδικό κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης
 - α. η ταχύτητά του μένει σταθερή.
 - β. η συχνότητά του μένει σταθερή.
 - γ. το μήκος κύματος δεν μεταβάλλεται.
 - δ. μεταβάλλονται το μήκος κύματος και η συχνότητά του.
- 1.3. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα χωρίς απώλειες ενέργειας.
 - α. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κατά την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
 - β. Σχηματίζονται “όρη” και “κοιλιάδες”.
 - γ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου καθορίζεται από την σχέση $v = λf$.
 - δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθορίζεται από την εξίσωση $υ = ωA$.
- 1.4. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδονται διαμήκη αρμονικά κύματα χωρίς απώλειες ενέργειας.
 - α. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης της διαταραχής.
 - β. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου καθορίζεται από την εξίσωση $v = \frac{λ}{T}$.
 - γ. Σχηματίζονται “πυκνώματα” και “αραιώματα”.
 - δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθορίζεται από την εξίσωση $υ = ωA$.
- 1.5. Το μήκος κύματος ενός αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου
 - α. είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία έχουν διαφορά φάσης π (rad).
 - β. είναι ίσο με τον αριθμό των ταλαντώσεων που εκτελεί ένα μόριο του ελαστικού μέσου σε χρόνο 1 s.
 - γ. είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο $\frac{T}{2}$, όπου T η περίοδος του κύματος.
 - δ. είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
- 1.6. Σημείο O γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά την διεύθυνση του άξονα $x'x$, εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την θετική κατεύθυνση του άξονα, με αρχή το σημείο O , είναι
 - α. $y = A\eta\mu\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
 - β. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$
 - γ. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
 - δ. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{u}\right)$
- 1.7. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται κατά την διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Το στιγμιότυπο του κύματος παριστάνει
 - α. την απομάκρυνση y των διαφόρων σημείων του μέσου, ως συνάρτηση της θέσης τους x , για $t = \text{σταθερό}$.

- β. την απομάκρυνση γ ενός σημείου του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση του χρόνου.
- γ. την ταχύτητα της ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση του χρόνου.
- δ. την ταχύτητα της ταλάντωσης των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου ως συνάρτηση της θέσης τους x, την ίδια χρονική στιγμή.

1.8. Το κύμα που δημιουργείται κατά το κτύπημα του κουδουνιού είναι
 α. γραμμικό. β. επιφανειακό.
 γ. ηλεκτρομαγνητικό. δ. χώρου.

1.9. Η ταχύτητα υ διάδοσης του κύματος, η περίοδός του T και το μήκος κύματος λ, συνδέονται με την σχέση
 α. $\lambda = \frac{T}{u}$ β. $T = \frac{u}{\lambda}$ γ. $u = \sqrt{\lambda T}$ δ. $u = \frac{\lambda}{T}$

1.10. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών σε ένα στάσιμο κύμα είναι
 α. $\frac{\lambda}{4}$ β. $\frac{\lambda}{2}$ γ. λ δ. 2λ

όπου λ το μήκος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

1.11. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών σε ένα στάσιμο κύμα είναι
 α. $\frac{\lambda}{2}$ β. $\frac{\lambda}{4}$ γ. 2 λ δ. $\frac{\lambda}{8}$

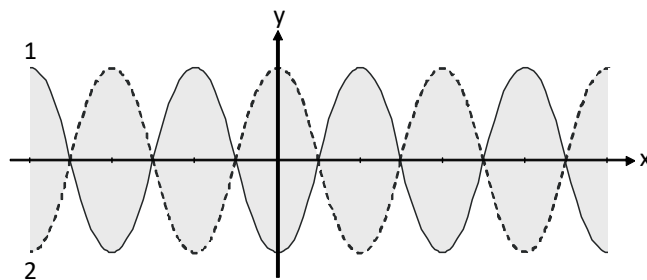
όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

1.12. Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που περιλαμβάνονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ενός στάσιμου κύματος έχουν
 α. διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης. β. ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
 γ. διαφορετική φάση. δ. ίδια φάση.

1.13. Δύο σημεία ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα, βρίσκονται το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού Δ και απέχουν μεταξύ τους $\frac{\lambda}{3}$. Τα σημεία αυτά έχουν
 α. διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης. β. διαφορά φάσης π.
 γ. ίδια φάση. δ. διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$.

1.14. Στο σχήμα φαίνονται δύο στιγμιότυπα στάσιμου εγκάρσιου κύματος, το οποίο δημιουργείται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον. Αν το στιγμιότυπο (1) αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$ (T η περίοδος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα), τότε το στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή

α. $\frac{3T}{4}$ β. $\frac{T}{2}$ γ. T δ. $\frac{T}{3}$



Θέμα Α: Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα Σ αν την κρίνετε σωστή ή το γράμμα Λ αν την κρίνετε λανθασμένη.

- 1.15. Κύμα ονομάζεται κάθε διαταραχή κατά την οποία μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.
- 1.16. Τα μηχανικά κύματα διαδίδονται σε υλικά μέσα.
- 1.17. Όταν διαδίδεται εγκάρσιο κύμα σε ένα ελαστικό μέσον, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 1.18. Όταν διαδίδονται διαμήκη κύματα σε ένα ελαστικό μέσον, σχηματίζονται “όρη” και “κοιλιάδες”.
- 1.19. Όταν διαδίδονται διαμήκη κύματα σε ένα ελαστικό μέσον, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- 1.20. Η συχνότητα ενός κύματος δεν εξαρτάται από το μέσον στο οποίο διαδίδεται το κύμα.
- 1.21. Αν ένα κύμα αλλάζει μέσον διάδοσης, το μήκος κύματος δεν μεταβάλλεται.
- 1.22. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ . Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda}$, όπου d η απόσταση μεταξύ των σημείων.
- 1.23. Η εξίσωση $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\lambda}(ut - x)\right)$ περιγράφει αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά την θετική κατεύθυνση του άξονα x' .
- 1.24. Η εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t + kx)$, όπου $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, περιγράφει αρμονικό κύμα το οποίο διαδίδεται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x' .
- 1.25. Το στιγμιότυπο αρμονικού κύματος παριστάνει την απομάκρυνση ενός υλικού σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το κύμα, σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- 1.26. Το στιγμιότυπο γραμμικού αρμονικού κύματος παριστάνει την απομάκρυνση y από την θέση ισορροπίας των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου, ως συνάρτηση της θέσης x .
- 1.27. Το στάσιμο κύμα είναι το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων ίδιου πλάτους, ίδιας συχνότητας, που έχουν ίδια ταχύτητα και διαδίδονται προς την ίδια κατεύθυνση.
- 1.28. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος είναι $\frac{\lambda}{2}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
- 1.29. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών στάσιμου κύματος είναι $\frac{\lambda}{2}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
- 1.30. Στο στάσιμο κύμα, η απόσταση ενός δεσμού από την πλησιέστερή του κοιλία είναι $\frac{\lambda}{4}$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
- 1.31. Όλα τα σημεία γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, στο οποίο δημιουργείται στάσιμο κύμα, ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
- 1.32. Σε στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία περιλαμβάνονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν την ίδια φάση.
- 1.33. Σε στάσιμο κύμα, η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού, σε απόσταση $\frac{\lambda}{3}$ μεταξύ τους, είναι π (rad).

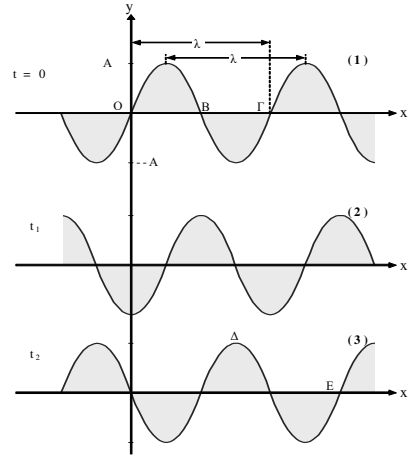
Θέμα Β: Ερωτήσεις ανοικτού τύπου

- 1.34. Σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον δημιουργείται στάσιμο κύμα. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ
- δύο διαδοχικών δεσμών;
 - δύο διαδοχικών κοιλιών;
 - ενός δεσμού από την πλησιέστερή του κοιλία;
- 1.35. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα που περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1 = \text{Αημ}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ και $y_2 = \text{Αημ}2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$.
- Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων.
 - Να προσδιορίσετε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών.
Αρχή του άξονα x' θεωρείται το σημείο O για το οποίο τη στιγμή $t = 0$ είναι $y = 0$ και $v > 0$.
- 1.36. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στην διεύθυνση x' διαδίδεται με ταχύτητα μέτρου v εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση την χρονική στιγμή $t = 0$, με εξίσωση $y = \text{Αημ}\omega t$.
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε και γιατί;
- Η εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα όταν αυτό διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα είναι $y = \text{Αημ}\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$.
 - Η εξίσωση που περιγράφει το αρμονικό κύμα όταν αυτό διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα είναι $y = \text{Αημ}2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$.
 - Δύο σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία ταλαντώνονται σε συμφωνία φάσης απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.
 - Στο ελαστικό μέσον δημιουργούνται “πυκνώματα” και “αραιώματα”.
- 1.37. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου το οποίο εκτείνεται στην διεύθυνση του άξονα x' διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ , κατά την θετική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο O του ελαστικού μέσου το οποίο την χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση $y = \text{Αημ}\omega t$. Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων M και N του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\phi_M = \frac{20\pi}{3}$ και $\phi_N = \frac{2\pi}{3}$, αντίστοιχα.
Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
- Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι $y = \text{Αημ}2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$.
 - Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο M προς το σημείο N .
 - Τα σημεία M, N απέχουν μεταξύ τους απόσταση που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ .
 - Το στιγμιότυπο του κύματος δείχνει την χωρική περιοδικότητα που παρουσιάζει το ελαστικό μέσον.
- 1.38. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος λ , κατά την αρνητική κατεύθυνση. Θεωρούμε αρχή του άξονα ένα σημείο O του ελαστικού μέσου, το οποίο την χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με εξίσωση $y = \text{Αημ}\omega t$. Οι φάσεις της ταλάντωσης δύο σημείων A, B του ελαστικού μέσου, την ίδια χρονική στιγμή, είναι $\phi_A = \frac{15\pi}{2}$ και $\phi_B = \frac{5\pi}{2}$, αντίστοιχα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
- Η εξίσωση που περιγράφει το κύμα είναι $y = \text{Αημ}2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$.
 - Το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο B προς το σημείο A .

γ. Τα σημεία A και B απέχουν μεταξύ τους απόσταση η οποία είναι περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{2}$.

δ. Στη γραφική παράσταση της εξίσωσης του κύματος $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \Lambda\right)$, όπου $\Lambda = \frac{x}{\lambda} = \text{σταθ.}$, διαπιστώνουμε την χρονική περιοδικότητα που παρουσιάζει η κίνηση ενός σημείου του ελαστικού μέσου.

1.39. Στα παραπλεύρως σχήματα δίνονται τρία διαδοχικά στιγμιότυπα ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος, περιόδου T και μήκους κύματος λ, το οποίο διαδίδεται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον προς την θετική κατεύθυνση του άξονα x'x. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Το στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$.

β. Το στιγμιότυπο (3) αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $t_2 = T$.

γ. Στο στιγμιότυπο (1) οι ταχύτητες της ταλάντωσης των σημείων B και Γ είναι αντίστοιχα $V_1 = \omega A$ και $V_2 = -\omega A$.

δ. Στο στιγμιότυπο (3) οι επιταχύνσεις των σημείων Δ και Ε είναι αντίστοιχα $a_1 = -\omega^2 A$ και $a_2 = 0$.

1.40. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στην διεύθυνση του άξονα x'x διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση $y = 4\eta\mu\left(10t - \frac{x}{10}\right)$ (x, y σε cm, t σε s). Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x'x.

β. Το πλάτος του κύματος είναι 4 cm και η περίοδός του 0,2 s.

γ. Το μήκος κύματος είναι 20 cm και η ταχύτητα διάδοσης 1 m/s.

δ. Η ταχύτητα της ταλάντωσης του σημείου του ελαστικού μέσου με συντεταγμένη $x = 20$ cm, την χρονική στιγμή $t = 2,5$ s, είναι $v = 40\pi$ cm/s.

1.41. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο έχει την διεύθυνση του άξονα x'x, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, μήκους κύματος $\lambda = 0,2$ m, προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Η απομάκρυνση ενός σημείου O, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα, δίνεται από την εξίσωση $y = 0,02\eta\mu 20\pi t$ (S.I.). Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Η εξίσωση του κύματος είναι $y = 0,02\eta\mu 2\pi\left(10t + \frac{x}{20}\right)$ (S.I.)

β. Η διαφορά φάσης $\phi_A - \phi_B$ μεταξύ των ταλαντώσεων δύο σημείων A (0,4 m) και B (-0,4 m), την ίδια χρονική στιγμή, είναι 8π .

γ. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου B την χρονική στιγμή $t = 3$ s είναι $V = -0,4\pi$ m/s.

δ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $u = 2$ m/s.

1.42. Δύο αρμονικά κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στην διεύθυνση του άξονα x'x με αντίθετες κατευθύνσεις και περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1 = A\eta\mu(kx - \omega t)$ και $y_2 = A\eta\mu(kx + \omega t)$ όπου $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργεί η συμβολή των δυο κυμάτων είναι $y = 2A\eta\mu kx \cdot \text{συν}\omega t$.

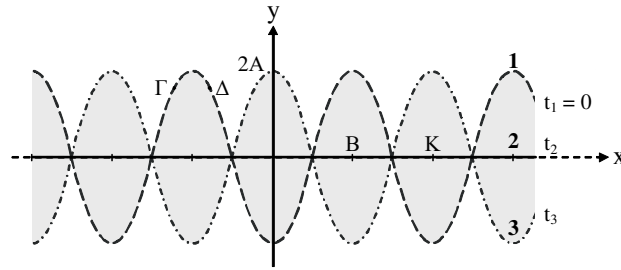
β. Οι θέσεις των κοιλιών είναι $x_k = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}$, $n \in Z$.

γ. Οι θέσεις των δεσμών είναι $x_\Delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$, $n \in Z$.

δ. Η ταχύτητα ταλάντωσης των κοιλιών στις θέσεις $x_k = (4n+1)\frac{\lambda}{4}$, $n \in \mathbb{Z}$ δίνεται από την εξίσωση

$$V = -2\omega A \eta \omega t$$

1.43. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου σχηματίζεται στάσιμο κύμα, του οποίου τρία διαδοχικά στιγμιότυπα φαίνονται στο σχήμα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Το στιγμιότυπο (2) αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή $t_2 = \frac{T}{4}$, ενώ το στιγμιότυπο (3) αντι-

στοιχεί στην χρονική στιγμή $t_3 = \frac{T}{2}$.

β. Την χρονική στιγμή t_2 το σημείο K του ελαστικού μέσου κινείται προς την θετική κατεύθυνση ενώ το σημείο B κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση.

γ. Η διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων που εκτελούν τα σημεία Γ και Δ είναι ίση με μηδέν.

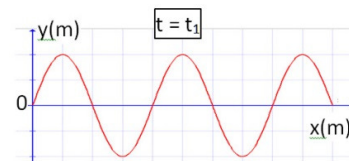
δ. Το σημείο K του ελαστικού μέσου, την χρονική στιγμή $t_2 + \Delta t$ όπου $\Delta t < \frac{T}{4}$ (T η περίοδος της ταλάντωσης που εκτελούν τα σημεία του ελαστικού μέσου) έχει, λόγω της ταλάντωσης του, μόνο δυναμική ενέργεια.

1.44. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα μήκους κύματος λ κατά την διεύθυνση του άξονα Ox. Το σημείο της θέσης $x = 0$ ταλαντώνεται σύμφωνα με την σχέση $y = A \eta \omega t$. Η φάση ενός σημείου M του μέσου σε σχέση με τον χρόνο δίνεται από την σχέση $\phi_M = \pi t - 4\pi$ (SI). Όταν το σημείο M αποκτήσει για τρίτη φορά την μέγιστη δυναμική του ενέργεια, η επιτάχυνση της πηγής ($x = 0$) θα είναι:

α. Μηδέν β. Θετική γ. Αρνητική

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

1.45. Σε χορδή πολύ μεγάλου μήκους παράγεται αρμονικό κύμα από πηγή που βρίσκεται στο ένα άκρο της O, και τη στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται με εξίσωση $y_{(0)} = A \eta \omega t$. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος μια χρονική στιγμή t_1 . Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου M ($x_M = 11\lambda/6$) την παραπάνω χρονική στιγμή είναι



α. $u_M = -\frac{A\omega}{2}$ β. $u_M = \frac{A\omega}{2}$ γ. $u_M = \frac{A\omega\sqrt{3}}{2}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ασκήσεις

- 1.46. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου διαδίδεται, κατά την θετική κατεύθυνση, ημιτονοειδές κύμα συχνότητας $f = 500 \text{ Hz}$, με ταχύτητα $u = 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και πλάτος $A = 5 \text{ cm}$. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα $x'x$ και την χρονική στιγμή $t = 0$ για την πηγή δίνεται ότι $y = 0, v > 0$.

- α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος, την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης ενός μορίου του ελαστικού μέσου.
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

$$[\text{Απ. } \alpha. 2 \text{ m}, 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}, 1000\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \beta. y = 0,05\eta\mu 2\pi(500t - 0,5x) (\text{SI})]$$

- 1.47. Μια πηγή O που βρίσκεται στην θέση $x = 0$ του άξονα $x'x$ αρχίζει την στιγμή $t = 0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με εξίσωση $y = 0,04\eta\mu 4\pi t$ (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά την θετική κατεύθυνση του άξονα με ταχύτητα $u = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
γ. Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο M του άξονα $x'x$ που βρίσκεται στην θέση $x = 500 \text{ m}$;
δ. Την χρονική στιγμή $t = 20 \text{ s}$, να βρείτε για το σημείο M την απομάκρυνσή του y από την θέση ισορροπίας του, την ταχύτητά του και την επιτάχυνσή του.

$$[\text{Απ. } \alpha. 25 \text{ m}, \beta. y = 0,04\eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{x}{25} \right) (\text{SI}), \gamma. 10 \text{ s}, \delta. y = 0, u = 0,16\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 0]$$

- 1.48. Η εξίσωση γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2t - 0,1x)$ (SI). Να βρείτε

- α. την ταχύτητα του κύματος.
β. την απόσταση δύο σημείων τα οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσης $\frac{3\pi}{2}$.
γ. Την διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 20 \text{ s}$ και $t_2 = 25 \text{ s}$.

$$[\text{Απ. } \alpha. 20 \text{ m/s}, \beta. 7,5 \text{ m}, \gamma. 20\pi \text{ rad}]$$

- 1.49. Μια πηγή O , που βρίσκεται στην θέση $x = 0$, αρχίζει να εκτελεί, την στιγμή $t = 0$, αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,08\eta\mu \pi t$ (SI). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά την θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ με ταχύτητα $u = 2 \text{ m/s}$.

- α. Να βρείτε την περίοδο, την συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος.
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
γ. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σημείο M που βρίσκεται στην θέση $x = 2 \text{ m}$.
δ. Να παραστήσετε γραφικά την φάση ϕ της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του ημιάξονα Ox , σε συνάρτηση με την συντεταγμένη x , την χρονική στιγμή $t = 5 \text{ s}$.

$$[\text{Απ. } \alpha. 2 \text{ s}, 0,5 \text{ Hz}, 4 \text{ m}, \beta. y = 0,08\eta\mu(\pi t - 0,5\pi x), \gamma. v = 0,08\pi \sin(\pi t - \pi), \delta. \phi = 5\pi - 0,5\pi x (\text{S.I.})]$$

- 1.50. Κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο στη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$ και προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα διάδοσης $u = 4 \text{ m/s}$. Το υλικό σημείο O που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ ξεκινά την ταλάντωση του την $t_0 = 0$ και η εξίσωση του είναι $y = 0,2\eta\mu 20\pi t$ (S.I). Να υπολογίσετε:

- α. Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί ένα υλικό σημείο A του μέσου σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 0,2 \text{ s}$ από τη στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται.
β. Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί το σημείο B που βρίσκεται στη θέση $x_B = -0,8 \text{ m}$ από την $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $0,2 \text{ s}$;
γ. Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί μέχρι τη στιγμή $t = 0,4 \text{ s}$ το σημείο O του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$, πόσες το σημείο B του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_B = -0,8 \text{ m}$ και πόσες το σημείο Γ του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_\Gamma = +0,8 \text{ m}$.

- 1.51. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά την θετική κατεύθυνση του άξονα x' σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον και έχει μήκος κύματος $\lambda = 24 \text{ m}$. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής η οποία βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα είναι $y = A\eta\mu \frac{2\pi}{T}t$. Κάποια χρονική στιγμή t δύο υλικά σημεία Μ, Ν τα οποία βρίσκονται πάνω

στον άξονα έχουν αντίστοιχα φάσεις $\phi_1 = \frac{5\pi}{6}$ και $\phi_2 = \frac{20\pi}{3}$.

- α. Να αποδείξετε ότι το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο Ν προς το Μ.
β. Να υπολογίσετε την απόσταση ΜΝ.

[Απ. β. 70 m]

- 1.52. Πηγή κύματος Ο, η οποία βρίσκεται στην αρχή του άξονα x' , την χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση: $y = 0,04\eta\mu\omega t$ (S.I.). Πάνω στον θετικό ημιάξονα Οχ βρίσκονται δύο σημεία Κ και Λ του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν από το Ο αποστάσεις $x_K = 24 \text{ cm}$ και $x_\Lambda = 36 \text{ cm}$, αντίστοιχα. Κατά την χρονική στιγμή $t = 0,15 \text{ s}$ το κύμα φτάνει στο σημείο Κ και την ίδια στιγμή η φάση της ταλάντωσης της πηγής Ο είναι $\phi = 6\pi$.

- α. Να υπολογίσετε το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος.
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
γ. Να σχεδιάσετε, σε συνάρτηση με τον χρόνο, την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας, της ταλάντωσης του σημείου Λ.
δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t = 0,15 \text{ s}$.

- 1.53. Πηγή παραγωγής ημιτονοειδών κυμάτων βρίσκεται στην αρχή Ο ομογενούς χορδής μεγάλου μήκους. Η εξίσωση δονήσεως του σημείου Ο είναι $y = 4 \cdot 10^{-2}\eta\mu 10\pi t$ (SI) και το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά την θετική κατεύθυνση. Το μήκος κύματος είναι $0,8 \text{ m}$.

- α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;
β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
γ. Πόση είναι η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του, την χρονική στιγμή $t = 1,25 \text{ s}$ ενός σημείου της χορδής το οποίο απέχει από την πηγή Ο απόσταση $x = 4 \text{ m}$.

[Απ. α. 4 m/s, β. $y = 4 \cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(5t - 1,25x)$ (SI), γ. $4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$]

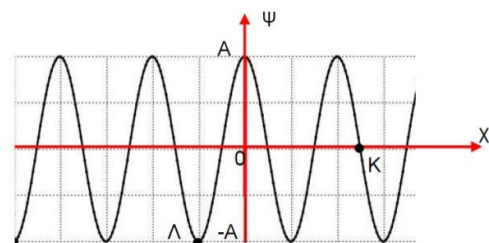
- 1.54. Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου αρχίζει, την στιγμή $t = 0$, να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 10\eta\mu 20\pi t$ (t σε s, y σε cm), οπότε διαδίδεται, κατά μήκος του ημιάξονα Οχ, κύμα με ταχύτητα $u = 1 \text{ m/s}$.

- α. Πόσο είναι το μήκος κύματος του κύματος;
β. Πότε αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή Ο απόσταση $x = 2 \text{ m}$;
γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ και να υπολογίσετε την τιμή της τη χρονική στιγμή $t_1 = 5,625 \text{ s}$. Ποια είναι η τιμή της φάσης του σημείου Μ την παραπάνω χρονική στιγμή;
δ. Πόσο απέχει από το σημείο Μ, ένα σημείο Ν το οποίο την ίδια χρονική στιγμή ($t_1 = 5,625 \text{ s}$) έχει φάση $\phi_N = 72\pi + \frac{2\pi}{3}$; Κατά ποια φορά διαδίδεται το κύμα;

- ε. Να παραστήσετε γραφικά την μεταβολή της φάσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

[Απ. α. 0,1 m, β. 2 s, γ. $y_M = 0,1\eta\mu 2\pi(10t - 20)$ (S.I.), 10 cm, $\phi_M = 72\pi + \frac{\pi}{2}$, δ. $\frac{1}{120} \text{ m}$ από το Ν προς το Μ]

- 1.55. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα x , διαδίδεται αρμονικό κύμα εξαναγκάζοντας το υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα να εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y_0 = A\eta\mu(\omega t)$. Στο σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 που η φάση της ταλάντωσης του υλικού σημείου Κ, είναι $\phi_K = 11\pi \text{ rad}$.



- Α. Η φορά διάδοσης του κύματος είναι:
α. προς τα δεξιά β. προς τα αριστερά
Β. Η φάση του υλικού σημείου Λ που φαίνεται στο στιγμιότυπο είναι
α. $14,5\pi \text{ rad}$ β. $7,5\pi \text{ rad}$ γ. $11\pi \text{ rad}$

Γ. Το κύμα τη χρονική στιγμή t_1 έχει φτάσει στο υλικό σημείο Μ, το οποίο έχει τετμημένη

α. $x_M = -\frac{17\lambda}{4}$

β. $x_M = \frac{17\lambda}{4}$

γ. $x_M = -5\lambda$

Δ. Το πλήθος των υλικών σημείων μεταξύ των Κ και Μ που έχουν μηδενική ταχύτητα είναι:

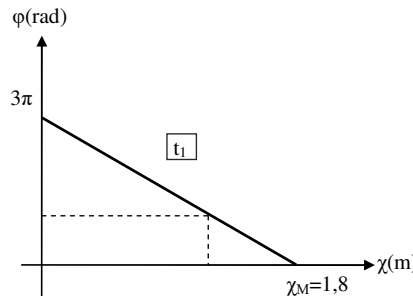
α. 13

β. 9

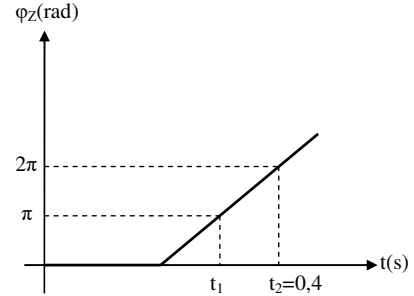
γ. 11

1.56. Σε γραμμικό μονοδιάστατο μέσον που ταυτίζεται με τον άξονα x' Οκ διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση.

Το σημείο Ο ($x_0 = 0$) εκτελεί Α.Α.Τ με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα (α) βλέπουμε τις φάσεις των σημείων του άξονα τη στιγμή t_1 ενώ στο σχήμα (β) βλέπουμε πως μεταβάλλεται η φάση ενός σημείου Ζ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης δίνεται από την $u_{\max} = \frac{2\pi}{3} u_\delta$ όπου u_δ η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.



(α)

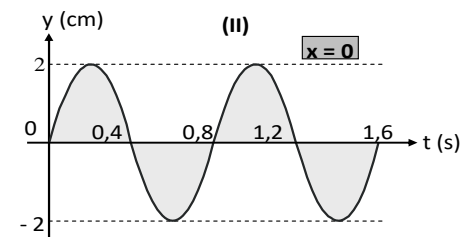
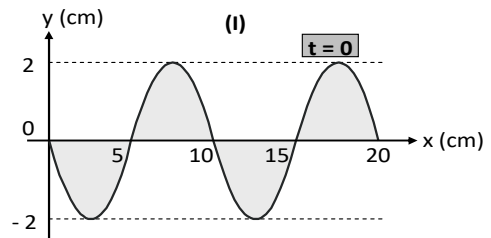


(β)

που u_δ η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

- α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ , την περίοδο T και να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- β. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο κύματος την στιγμή t_1 και να σχεδιάσετε την ταχύτητα u_z στο στιγμιότυπο.
- γ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο κύματος την στιγμή t_2 .
- δ. Να κάνετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y_z του σημείου Ζ σε συνάρτηση με τον χρόνο. Πόση είναι η ταχύτητα u_z του Ζ όταν $y_z = A/2$ για 2^η φορά από την έναρξη ΑΑΤ του Ζ.
- ε. Να υπολογίσετε την απόσταση $d = (ZM)$ του σημείου Ζ από σημείο Μ ($x_M = 1,8$ m) τις χρονικές στιγμές t_1 , t_2 και $t_3 = 0,35$ s.

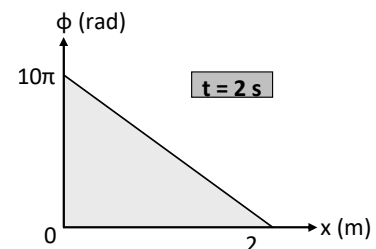
1.57. Στα σχήματα φαίνονται δύο γραφικές παραστάσεις για εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, προς την θετική κατεύθυνση του άξονα x' . Θεωρούμε ως αρχή $x = 0$ την μια άκρη του γραμμικού ελαστικού μέσου. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχουν οι γραφικές παραστάσεις (I) και (II), να βρείτε



- α. το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.
- β. την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- γ. την εξίσωση του κύματος.
- δ. την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός μορίου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στην θέση $x = 10$ cm την χρονική στιγμή $t = 0,8$ s.
- ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος κατά την χρονική στιγμή $t = 0,4$ s.

[Απ. α. 10 cm, 0,8 s, β. $12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ γ. $y = 2\eta\mu 2\pi \left(1,25t - \frac{x}{10} \right)$ (t σε s, y και x σε cm) δ. 0, $5\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, 0]

1.58. Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα πλάτους $A = 0,1$ m διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά την θετική κατεύθυνση του άξονα x' . Η εξίσωση δονήσεως της πηγής Ο, που βρίσκεται στην αρχή του άξονα x' , είναι $y = A\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή την χρονική στιγμή $t = 2$ s.



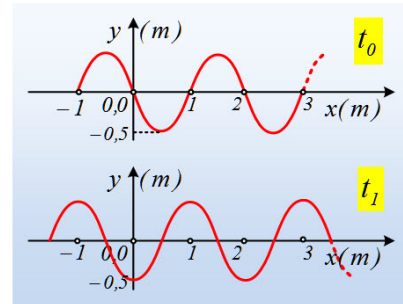
- α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος.
- β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;
- γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- δ. Να βρείτε για την χρονική στιγμή $t = 4$ s και για ένα σημείο Κ του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από

την πηγή O απόσταση $x = 1 \text{ m}$, την απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του, την ταχύτητά του και την επιτάχυνσή του.

ε. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$.

[Απ. **α.** $0,4 \text{ s}$, $0,4 \text{ m}$, **β.** 1 m/s , **γ.** $y = 0,1\eta\mu 2\pi(2,5t - 2,5x)$ (SI), **δ.** $0, -0,5\pi \text{ m/s}, 0$]

- 1.59. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο και από τα δεξιά προς τα αριστερά (προς την αρνητική κατεύθυνση) διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα με στιγμιότυπο την στιγμή $t_0 = 0$, όπως στο πρώτο από τα διπλανά σχήματα. Το αντίστοιχο στιγμιότυπο την στιγμή $t_1 = 0,5 \text{ s}$ είναι όπως στο δεύτερο διάγραμμα.



A. Χρησιμοποιώντας πληροφορίες από τα διαγράμματα αυτά να βρείτε το πλάτος, το μήκος του κύματος, την συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

B. Ποια η εξίσωση του κύματος;

Γ. Ένα σημείο K , βρίσκεται στην θέση $x_K = 1,5 \text{ m}$.

Γ1. Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο ($y - t$) για το σημείο K και να κάνετε την γραφική της παράσταση.

Γ2. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης του σημείου K σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ. Να βρείτε την φάση της απομάκρυνσης των διαφόρων σημείων του μέσου την χρονική στιγμή $t_1 = 2,25 \text{ s}$, σε συνάρτηση με την θέση x και να κάνετε επίσης την γραφική της παράσταση.

- 1.60. Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του οριζώντιου ημιάξονα Ox . Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το υλικό σημείο O του ελαστικού μέσου στην θέση $x = 0$, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, η απομάκρυνση της οποίας περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,1\eta\mu\omega t$ (S.I.). Η ταλάντωση του σημείου O εξελίσσεται στην κατακόρυφη διεύθυνση και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή αρμονικού κύματος, το οποίο διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση του ημιάξονα Ox . Αν γνωρίζετε ότι την χρονική στιγμή $t_1 = 0,4 \text{ s}$ το υλικό σημείο O έχει εκτελέσει δύο πλήρεις ταλαντώσεις και την ίδια χρονική στιγμή το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι την θέση $x_1 = 4 \text{ m}$, τότε:

A. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος.

B. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου N που βρίσκεται στην θέση $x_2 = 3 \text{ m}$, την χρονική στιγμή κατά την οποία η φάση του σημείου O είναι $3,75\pi \text{ rad}$.

Γ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t_3 = 0,25 \text{ s}$.

Δ. Να προσδιορίσετε τις θέσεις των σημείων του ελαστικού μέσου που έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια εκείνη την χρονική στιγμή.

- 1.61. Γραμμικό κύμα διαδίδεται κατά την θετική φορά του άξονα $x'x$ με εξίσωση $y = 4 \cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(t - x)$ (S.I.).

α. Να βρείτε την περίοδο, την συχνότητα και το μήκος κύματος.

β. Να γράψετε τις εξισώσεις σε συνάρτηση με τον χρόνο της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός σώματος μάζας $m = 2 \text{ g}$ που βρίσκεται σε απόσταση $x = 2 \text{ m}$ από την πηγή του κύματος.

γ. Να κάνετε την γραφική παράσταση της φάσης της ταλάντωσης για τα διάφορα σημεία του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x την χρονική στιγμή $t = 8 \text{ s}$.

δ. Να κάνετε την γραφική παράσταση της φάσης της ταλάντωσης σημείου που απέχει από την πηγή απόσταση $x = 10 \text{ m}$ σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Δίνεται $\pi^2 = 10$.

- 1.62. Με κατάλληλη διάταξη δημιουργούμε διαταραχές σε ένα σημείο O ελαστικού μέσου. Το σημείο O εκτελεί αμείωτη ταλάντωση με πλάτος $A = 20 \text{ mm}$ και συχνότητα $f = 5 \text{ Hz}$, χωρίς αρχική φάση. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου με ταχύτητα $v = 2 \text{ m/s}$

α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

β. Με ποια μέγιστη ταχύτητα ταλαντώνονται τα διάφορα σημεία του μέσου ;

γ. Ποια είναι η ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου M του μέσου διάδοσης σε κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία η απομάκρυνσή του από την θέση ισορροπίας του είναι $y = +10 \text{ mm}$;

δ. Αν το σημείο M απέχει $x_M = 90 \text{ cm}$ από την πηγή O ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να ταλαντώνεται, ποια θα είναι η εξίσωση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας του και σε ποιες χρονικές στιγμές η απομάκρυνσή του από την θέση ισορροπίας του είναι $y = +10 \text{ mm}$;

- 1.63. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα της μορφής

$$y = 0,1\eta\mu\left(4\pi t - \frac{\pi x}{2}\right) \text{ (S.I.)}. \text{ Να βρεθούν :}$$

α. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

β. Κάποια χρονική στιγμή t οι φάσεις των ταλαντώσεων δύο σημείων Μ και Ν του μέσου είναι $\phi_M = \frac{10\pi}{3}$ rad

και $\phi_N = \frac{20\pi}{3}$. Να βρείτε ποιο από τα δύο σημεία είναι πιο κοντά στην πηγή και ποια είναι η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων.

γ. Ποια είναι η απομάκρυνση του σημείου Ν από την θέση ισορροπίας του κάθε φορά που το σημείο Μ αποκτά την μέγιστη απομάκρυνση.

δ. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας ενός μορίου του μέσου όταν η απομάκρυνσή του από την θέση ισορροπίας του είναι $y = 0,05$ m.

ε. Να γίνει το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t = 1$ s.

1.64. Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού εκπέμπουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας ταχύτητας με μήκος κύματος $\lambda = 2$ m. Δύο σημεία Β και Γ βρίσκονται στην επιφάνεια του υγρού και απέχουν από τις πηγές αντίστοιχα $B\Pi_1 = 11$ m, $B\Pi_2 = 20$ m, $\Gamma\Pi_1 = 15$ m και $\Gamma\Pi_2 = 18$ m.

Α. Να εξετάσετε αν στα σημεία Β και Γ έχουμε ενίσχυση ή απόσβεση.

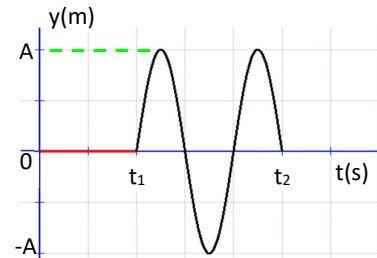
Β. Πόσες υπερβολές αποσβεστικής συμβολής σχηματίζονται μεταξύ των σημείων Β και Γ;

Γ. Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα σημεία τομής των υπερβολών που περνούν από τα σημεία Β και Γ με την ευθεία $\Pi_1\Pi_2$;

Δ. Να υπολογίσετε την μεταβολή της συχνότητας δόνησης των πηγών, ώστε με την νέα συχνότητα να μην αλλάζει η κινητική κατάσταση των σημείων Β και Γ και να έχουμε 7 υπερβολές απόσβεσης ανάμεσα στα Β και Γ, αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $u_\delta = 3$ m/s.

1.65. Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 ταλαντώνονται με εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t)$ η κάθε μία και δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα u .

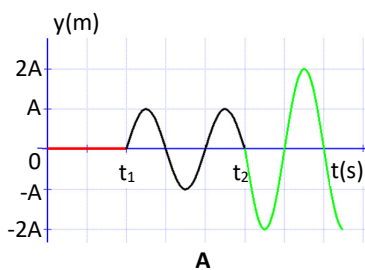
Α. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_1 . Η ταλάντωση του φελλού ξεκίνησε την t_1 ενώ η συμβολή την t_2 . Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η απομάκρυνση του φελλού από τη Θ.Ι. μέχρι τη στιγμή που ξεκίνησε η συμβολή. Τρεις μαθητές η Μαρία, η Ελένη και ο Γιώργος προσπαθούν να προβλέψουν πως είναι το διάγραμμα της απομάκρυνσης μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.



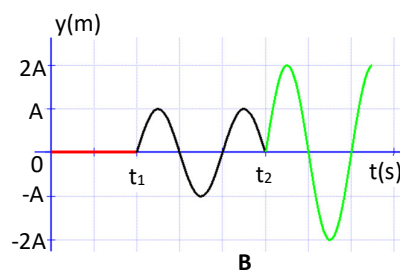
α. Η Μαρία πιστεύει πως το διάγραμμα μετά την t_2 είναι το Α.

β. Η Ελένη το Β.

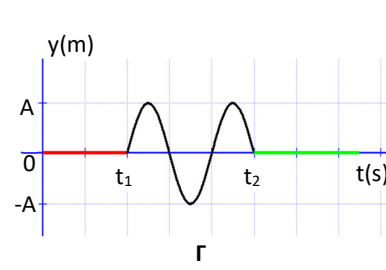
γ. Ενώ ο Γιώργος το Γ.



Α



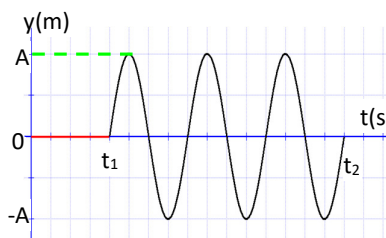
Β

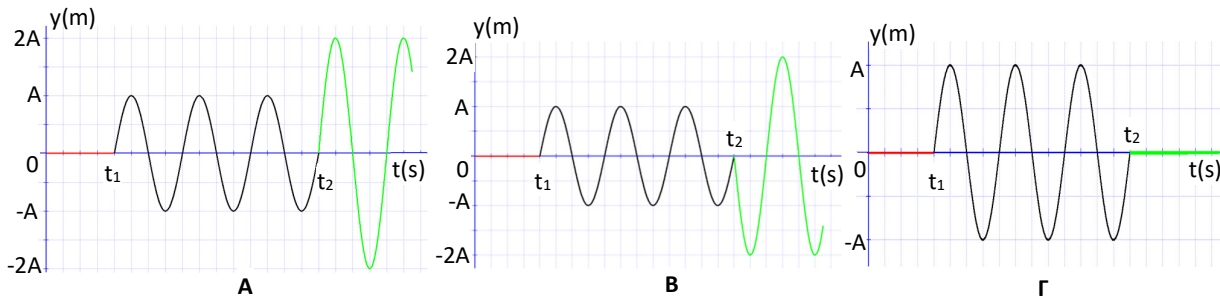


Γ

Εσείς ποιο πιστεύετε ότι είναι το σωστό;
Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

Β. Ένας άλλος φελλός βρίσκεται σε κάποιο σημείο Ρ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_1 . Η ταλάντωση του φελλού ξεκίνησε την t_1 ενώ η συμβολή την t_2 . Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η απομάκρυνση του φελλού από τη Θ.Ι. μέχρι τη στιγμή που ξεκίνησε η συμβολή. Οι τρεις μαθητές προσπαθούν να προβλέψουν πως είναι το διάγραμμα της απομάκρυνσης μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.





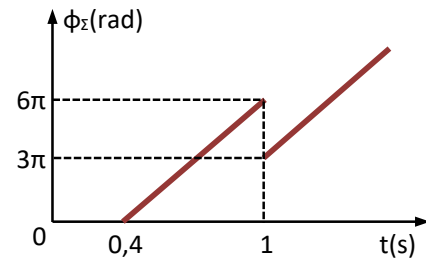
Εσείς ποιο πιστεύετε ότι είναι το σωστό;
Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

- 1.66.** Δύο σύμφωνες πηγές Π_1 και Π_2 ταλαντώνονται σύμφωνα με την εξίσωση $y=10^{-2}\eta\mu 10\pi t$ (S.I.) και δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $u = 10$ m/s. Σημείο B της επιφάνειας του κύματος βρίσκεται εκτός της ευθείας $\Pi_1\Pi_2$ και απέχει από τις πηγές Π_1, Π_2 αποστάσεις $r_1 = 8$ m και $r_2 = 10$ m αντίστοιχα. Να θεωρήσετε ότι το πλάτος ταλάντωσης των σημείων της επιφάνειας του υγρού δεν μεταβάλλεται με την απόσταση από τις πηγές. Να γράψετε :
- Τις εξισώσεις των δύο κυμάτων στο σημείο B.
 - Την εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου B από την χρονική στιγμή $t = 0$ που άρχισαν να ταλαντώνονται οι δύο πηγές και μετά.
 - Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος της Α.Α.Τ. του σημείου B μετά την συμβολή και ποια χρονική στιγμή το επιτυγχάνει για $1^{\text{η}}$ φορά.
 - Να γίνει το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για το σημείο B.
- 1.67.** Δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής κυμάτων εκτελούν Α.Α.Τ. στην επιφάνεια υγρού την $t_0 = 0$ με εξίσωση $y = 4 \cdot 10^{-2}\eta\mu 8\pi t$ (S.I.). Σημείο A του υγρού βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ και απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1 = 0,85$ m και $r_2 = 0,25$ m αντίστοιχα. Το A είναι το δεύτερο σημείο μετά το μέσο M του $\Pi_1\Pi_2$ που παραμένει διαρκώς ακίνητο εξαιτίας της συμβολής των κυμάτων.
- Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα του κύματος.
 - Να βρείτε τις θέσεις των σημείων του υγρού πάνω στο $\Pi_1\Pi_2$ στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή.
 - Σημείο Σ απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1 = 1,6$ m και $r_2 = 0,8$ m αντίστοιχα. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση του Σ από την θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- 1.68.** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια νερού που ηρεμεί εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $u = 0,8$ m/s. Οι δύο πηγές την $t_0 = 0$ εκτελούν Α.Α.Τ. με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Με την επίδραση των δύο κυμάτων ένα μικρό κομμάτι φελλού που βρίσκεται στην επιφάνεια του νερού ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας του $y = 4\eta\mu 2\pi(8t - 4)$ (S.I.). Οι αποστάσεις r_1 και r_2 του φελλού από τις πηγές συνδέονται με την σχέση $r_1 - r_2 = 2\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων στο νερό.
- Να υπολογιστούν οι αποστάσεις r_1 και r_2
 - Ποια η επιτάχυνση της ταλάντωσης του φελλού τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0,3$ s και $t_2 = 0,6875$ s μετά την $t_0 = 0$
 - Ποια χρονική στιγμή μετά την $t_0 = 0$ περνά ο φελλός από την θέση μέγιστης απομάκρυνσης για πρώτη φορά.
- 1.69.** Στην επιφάνεια ενός ηρεμούντος υγρού την στιγμή $t_0 = 0$ τίθενται σε ταλάντωση ταυτόχρονα δυο πηγές με συχνότητα 1 Hz και με πλάτος $3 \cdot 10^{-3}$ m, οπότε δημιουργούν κύματα τα οποία διαδίδονται με σταθερό πλάτος. Κάθε σημείο στο οποίο φτάνει ένα κύμα ξεκινά την ταλάντωσή του προς τα επάνω. Ένα σημείο Σ απέχει αποστάσεις 0,6 m και 1,2 m από τις πηγές και το πρώτο κύμα, φτάνει στο Σ την στιγμή $t_1 = 3$ s.
- Να υπολογιστούν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και το μήκος του κύματος.
 - Αφού βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.
 - Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης του σημείου Σ και της φάσης της απομάκρυνσης του Σ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 10$ s.

- 1.70.** Σε δύο σημεία O_1 και O_2 , τα οποία απέχουν απόσταση $(O_1O_2) = d = 4 \text{ m}$, ενός άπειρου γραμμικού ελαστικού μέσου, υπάρχουν δυο πηγές κύματος, οι οποίες αρχίζουν να ταλαντώνονται την στιγμή $t_0 = 0$ ταυτόχρονα, προς την θετική κατεύθυνση, με αποτέλεσμα να δημιουργούν κύματα με πλάτος $0,4 \text{ m}$ και με συχνότητα 1 Hz . Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται και προς την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα 2 m/s , χωρίς αποσβέσεις. Θεωρούμε την θέση O_1 ως αρχή του άξονα x ($x = 0$) και μας απασχολεί το τι συμβαίνει δεξιά της πηγής O_2 ($x > 4 \text{ m}$).

- A.** Να γράψετε τις εξισώσεις των κυμάτων που διαδίδονται κατά μήκος του μέσου.
B. Να σχεδιάσετε την μορφή του μέσου για $x > 4 \text{ m}$ την χρονική στιγμή $t_1 = 0,75 \text{ s}$.
Γ. Να σχεδιάσετε την μορφή του μέσου για $x > 4 \text{ m}$ την χρονική στιγμή $t_2 = 3 \text{ s}$.
Δ. Αν η απόσταση $(O_1O_2) = 5 \text{ m}$, να σχεδιάσετε την μορφή του μέσου για $x > 5 \text{ m}$ την χρονική στιγμή $t_2 = 3 \text{ s}$.

- 1.71.** Στα σημεία Κ και Λ της ήρεμης επιφάνειας υγρού και σε απόσταση d μεταξύ τους υπάρχουν δυο πηγές αρμονικών κυμάτων που την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζουν να εκτελούν προς την ίδια κατεύθυνση απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους $A = 0,2 \text{ m}$ και συχνότητας f . Τα παραγόμενα κύματα συμβάλλουν σε σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού το οποίο απέχει r_1 από το Κ και r_2 από το Λ με $r_1 < r_2$. Η φάση του Σ μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα.



- α.** Να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ από τη θέση ισορροπίας του.
β. Αν το Σ βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ να υπολογίσετε το πλήθος των σημείων ενισχυτικής συμβολής στο εν λόγω τμήμα.
γ. Ποια είναι η αμέσως μεγαλύτερη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών για την οποία το σημείο Σ θα παρέμεινε ακίνητο μετά την συμβολή των κυμάτων σε αυτό;
δ. Αν η υπερβολή που διέρχεται από το Σ, τέμνει την ευθεία που διέρχεται από το Κ και είναι κάθετη στο ΚΛ, στο σημείο Ζ, για το οποίο είναι γνωστό ότι το άθροισμα των αποστάσεών του από τις πηγές είναι $4,9 \text{ m}$, να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ των κυμάτων.

- 1.72.** Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση $y = 6 \cdot 10^{-2} \sin 5\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t$ (S.I.).

- α.** Να βρείτε το πλάτος, την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των δύο τρεχόντων κυμάτων των οποίων η συμβολή δημιούργησε το στάσιμο κύμα.
β. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων.
γ. Πόσο είναι το πλάτος ταλάντωσης δύο σημείων Α και Β του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = 0,05 \text{ m}$ και $x_2 = 0,55 \text{ m}$ αντίστοιχα;
δ. Να βρείτε τον αριθμό n των κοιλιών του στάσιμου κύματος που σχηματίζονται ανάμεσα στα σημεία Α και Β.
ε. Να σχεδιάσετε ένα στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος την $t = 0,05 \text{ s}$ από $x = 0$ έως $x = 1,5 \text{ m}$.

- 1.73.** Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα που έχουν το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα $f = 20 \text{ Hz}$, διαδίδονται κατά μήκος μιας χορδής προς αντίθετες κατευθύνσεις και δημιουργούν στάσιμο κύμα. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων που βρίσκονται στις κοιλίες είναι $v = 1,6\pi \text{ m/s}$. Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της αμέσως επόμενης κοιλίας είναι $\Delta x = 0,15 \text{ m}$.

- α.** Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
β. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων της χορδής που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0,2 \text{ m}$.
γ. Πόσοι δεσμοί σχηματίζονται μεταξύ της κοιλίας του στάσιμου κύματος στην θέση $x = 0$ και ενός σημείου της χορδής στην θέση $x = 1,4 \text{ m}$.
δ. Ποια είναι η επιτάχυνση ενός σωματιδίου της χορδής που απέχει $0,3 \text{ m}$ από την θέση $x = 0$ την χρονική στιγμή $t = 1/240 \text{ s}$. Δίνεται $\pi^2 = 10$.
ε. Ένα σημείο Ν της χορδής απέχει $1,26 \text{ m}$ από την θέση $x = 0$. Πόσο απέχει από το Ν η πλησιέστερη κοιλία ;

- 1.74.** Ένα τεντωμένο σχοινί ΟΑ με μήκος L εκτείνεται κατά την διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στην θέση x , ενώ το άκρο Ο στην θέση $x = 0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλο τρόπο δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x = 0$ έχουμε κοιλία και την $t_0 = 0$ είναι

$y = 0$ με $v > 0$ για το σημείο αυτό. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της Α.Α.Τ. του άκρου Ο είναι 0,1 m. Το Ο περνάει από την θέση ισορροπίας 10 φορές/s και απέχει από τον πιο κοντινό δεσμό 0,1 m.

- α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.
- β. Να υπολογίσετε το μήκος L.
- γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- δ. Να υπολογίσετε τον μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Ο την χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του έχει τιμή $y = + 0,03$ m.

- 1.75.** Σε οριζόντια χορδή μήκους $L = 0,9$ m, με δεσμούς στα άκρα της, και συνολικό αριθμό 3 κοιλιών, έχουμε δημιουργήσει στάσιμο κύμα. Το πλάτος ταλάντωσης των κοιλιών είναι 0,2 m, και η συχνότητα ταλάντωσης της είναι $f = 2$ Hz. Θεωρείστε σύστημα ορθογωνίων αξόνων στο μέσον Ο της χορδής και χρονική στιγμή $t_0 = 0$ την στιγμή που το σημείο Ο βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του και κινείται με θετική ταχύτητα.
- α. Υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων, που η συμβολή τους δημιούργησε το στάσιμο κύμα.
 - β. Να κάνετε το στιγμιότυπο του στασίμου κύματος την χρονική στιγμή $t_1 = 5/16$ s.
 - γ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου Μ που απέχει από το δεξιό άκρο της απόσταση $d = 0,2$ m, την χρονική στιγμή που το μέσο της χορδής Ο βρίσκεται στην θέση $+ 0,1$ m.
 - δ. Με κατάλληλη διέγερση δημιουργούμε στην χορδή στάσιμο κύμα με 6 κοιλίες. Να υπολογίστε την νέα συχνότητα ταλάντωσης της χορδής.

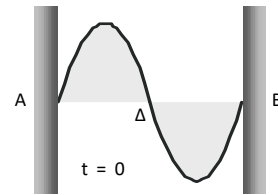
- 1.76. Α.** Για κοιλία και δεσμό στάσιμου κύματος να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις
- α. πλάτους σε συνάρτηση με τον χρόνο.
 - β. απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Β. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος σε τεντωμένο νήμα την χρονική στιγμή $t = 0$.

- α. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τις χρονικές στιγμές:

$$\frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T.$$

- β. Με ποιες μορφές εμφανίζεται η ενέργεια ταλάντωσης των μορίων του νήματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές;



- 1.77.** Σε ένα στάσιμο κύμα δύο μόρια του ελαστικού μέσου, το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού απέχουν από τον δεσμό αποστάσεις $\frac{\lambda}{6}$ και $\frac{\lambda}{3}$, αντίστοιχα.

- α. Ποια είναι η μεταξύ τους διαφορά φάσης;
- β. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελούν, αν το πλάτος καθενός από τα κύματα που δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι A;

- 1.78.** Μια χορδή εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση $y = 8\text{συν}\frac{\pi x}{6} \eta\mu 10\pi t$ (x, y σε cm, t σε s).

- α. Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης;
- β. Να βρείτε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του τρέχοντος κύματος.
- γ. Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων από την συμβολή των οποίων προέκυψε το στάσιμο κύμα. Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο Ο για το οποίο την στιγμή $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.

- 1.79.** Γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσον εκτείνεται κατά την διεύθυνση του άξονα $x'x$. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του ελαστικού μέσου κατά την θετική κατεύθυνση και περιγράφεται από την εξίσωση

$$y_1 = 4\eta\mu\pi\left(t - \frac{x}{10}\right), \text{ όπου τα } x, y_1 \text{ μετρώνται σε cm και το } t \text{ σε s.}$$

- α. Να γράψετε την εξίσωση του ημιτονοειδούς κύματος, ίδιου πλάτους, το οποίο όταν συμβάλλει με το προηγούμενο δημιουργεί κατά μήκος του ελαστικού μέσου στάσιμο κύμα. Να θεωρήσετε ότι στην θέση $x = 0$ την στιγμή $t = 0$ είναι $y = 0$ και $V > 0$.
- β. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργεί η συμβολή των δύο προηγούμενων κυμάτων.
- γ. Να γράψετε τις εξισώσεις, σε συνάρτηση με τον χρόνο, για την ταχύτητα και την επιτάχυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στην θέση με συντεταγμένη $x = 2,5$ cm.