Θέμα Α: Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής αρκεί να γράψετε τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση ή που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.

1.1. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι κίνηση
α. ευθύγραμμη ομαλή. **β.** ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.
γ. ομαλή κυκλική. **δ.** ευθύγραμμη περιοδική.

1.2. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας του είναι
α. ανάλογη του χρόνου. **β.** αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
γ. ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου. **δ.** ομόρροπη με την δύναμη επαναφοράς.

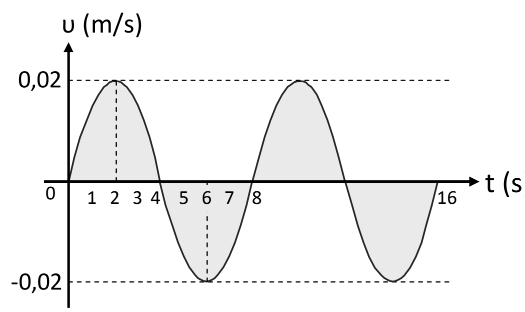
1.3. Η ταχύτητα υ σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι μέγιστη κατά μέτρο στην θέση x = 0. **β.** έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x.
γ. είναι μέγιστη στις θέσεις $x = \pm$ A. **δ.** έχει την ίδια φάση με την δύναμη επαναφοράς.

1.4. Η επιτάχυνση α σημειακού αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι σταθερή. **β.** είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης x.
γ. έχει την ίδια φάση με την ταχύτητα. **δ.** γίνεται μέγιστη στην θέση x = 0.

1.5. Η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί σε σημειακό αντικείμενο το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση
α. είναι σταθερή. **β.** έχει την ίδια φάση με την απομάκρυνση x.
γ. είναι ανάλογη και αντίθετη της απομάκρυνσης. **δ.** είναι ανάλογη της ταχύτητας υ.

1.6. Η φάση της απομάκρυνσης στην αρμονική ταλάντωση
α. αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο. **β.** είναι σταθερή.
γ. ελαττώνεται γραμμικά με τον χρόνο. **δ.** είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.

1.7. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α. Την χρονική στιγμή t = 4 s το μέτρο της δύναμης επαναφοράς είναι μέγιστο.
β. Την χρονική στιγμή t = 2 s, το αντικείμενο βρίσκεται στην μέγιστη θετική απομάκρυνση.
γ. Την χρονική στιγμή t = 14 s η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν.
δ. Την χρονική στιγμή t = 10 s το μέτρο της επιτάχυνσής του είναι μέγιστο.

1.8. Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \phi_\upsilon - \phi_x$ μεταξύ ταχύτητας υ και απομάκρυνσης x στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι

α. $-\frac{\pi}{2}$ **β.** π **γ.** $\frac{\pi}{2}$ **δ.** 0

1.9. Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \phi_x - \phi_\alpha$ μεταξύ απομάκρυνσης x και επιτάχυνσης α στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι

α. 0 **β.** $-\frac{\pi}{2}$ **γ.** $\frac{\pi}{2}$ **δ.** $-\pi$

1.10. Η διαφορά φάσης $\Delta\phi = \phi_\alpha - \phi_\upsilon$ μεταξύ επιτάχυνσης α και ταχύτητας υ στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι

α. $-\frac{\pi}{2}$ **β.** $\frac{\pi}{2}$ **γ.** 0 **δ.** $\frac{3\pi}{2}$

1.11. Στην αρμονική ταλάντωση ενός σημειακού αντικειμένου η εξίσωση x = A·ημωt, ισχύει με την προϋπόθεση ότι στην αρχή των χρόνων, ο ταλαντωτής

α. πέρναγε από την αρχή των αξόνων κινούμενος είτε προς τον θετικό είτε προς τον αρνητικό ημιάξονα.
β. είχε μηδενική ταχύτητα.
γ. βρισκόταν σε ακραία θέση της ταλάντωσης.
δ. πέρναγε από την θέση ισορροπίας κινούμενος προς τον θετικό ημιάξονα.

1.12. Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Επιλέγουμε σαν αρχή μέτρησης των χρόνων μια χρονική στιγμή τέτοια ώστε η εξίσωση που περιγράφει την θέση του να είναι η

$$x = 3\eta\mu\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \ (x\,\sigma\varepsilon\,cm,\ t\,\sigma\varepsilon\,s). \qquad (\pi^2 = 10)$$

α. Στην αρχή των χρόνων ο ταλαντωτής κατευθυνόταν προς τον αρνητικό ημιάξονα.
β. Στην αρχή των χρόνων ο ταλαντωτής απείχε από την θέση ισορροπίας του 2 cm.
γ. Σε μισό δευτερόλεπτο μετακινείται από το ένα άκρο της ταλάντωσης μέχρι το άλλο.
δ. Την χρονική στιγμή t = 1/12 s η επιτάχυνση του ταλαντωτή είναι – 4,8 m/s^2.

1.13. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η κινητική του ενέργεια

α. στην θέση x = 0 είναι ίση με την ολική του ενέργεια.
β. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την δυναμική του ενέργεια.
γ. εξαρτάται από την κατεύθυνση της κίνησης της μάζας m.
δ. παίρνει μηδενική τιμή μια φορά στην διάρκεια μιας περιόδου.

1.14. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η δυναμική του ενέργεια

α. έχει την μέγιστη τιμή της στην θέση ισορροπίας.
β. είναι ίση με την ολική του ενέργεια στις θέσεις $x = \pm A$.
γ. έχει πάντοτε μεγαλύτερη τιμή από την κινητική του ενέργεια.
δ. έχει αρνητική τιμή στις θέσεις $-A \le x \le 0$.

1.15. Σύστημα ελατήριο – μάζα εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση με ολική ενέργεια Ε. Τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η επιτάχυνση της μάζας είναι ίση με το μισό της μέγιστης τιμής της, η κινητική της ενέργεια είναι ίση με

α. $\frac{1}{2}E$ **β.** $\frac{1}{4}E$ **γ.** $\frac{3}{2}E$ **δ.** $\frac{3}{4}E$

1.16. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή η ολική του ενέργεια

α. μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο.
β. είναι πάντοτε μικρότερη από την δυναμική του ενέργεια.
γ. είναι πάντοτε μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.
δ. καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης Α και την μέγιστη ταχύτητα υ_{max}.

1.17. Στο πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή στην διάρκεια μιας περιόδου

α. η δυναμική του ενέργεια παίρνει την μέγιστη τιμή της μόνο μια φορά.
β. η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με την κινητική του μόνο μια φορά.
γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.
δ. η κινητική του ενέργεια παίρνει την μέγιστη τιμή της μόνο μια φορά.

1.18. Όταν διπλασιάσουμε το πλάτος της μηχανικής ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή, τότε θα διπλασιαστεί και

α. η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας. **β.** η ολική ενέργεια.
γ. η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς. **δ.** η σταθερά επαναφοράς.

1.19. Διαθέτουμε ένα ελατήριο και ένα μικρό σώμα κρεμασμένο έτσι ώστε το ελατήριο να είναι κατακόρυφο. Δίνουμε στο σύστημα ενέργεια 2 J και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει αμείωτες αρμονικές ταλαντώσεις. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι 10 cm και η συχνότητα $\frac{20}{\pi}$ Hz.

α. Η σταθερά του ελατηρίου είναι 100 N/m.
β. Η μάζα του σφαιριδίου είναι 200 g.

γ. Αν είχαμε δώσει ενέργεια 4 J η συχνότητα θα ήταν $\frac{40}{\pi}$ Hz .

δ. Αν είχαμε δώσει ενέργεια 8 J, το πλάτος της ταλάντωσης θα ήταν 20 cm.

1.20. Σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$. Όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b, η περίοδος της ταλάντωσης

α. αυξάνεται.

β. ελαττώνεται.

γ. μένει σταθερή.

δ. αυξάνεται μέχρι να αποκτήσει ορισμένη τιμή και κατόπιν ελαττώνεται.

1.21. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, με b = σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για $\Lambda > 0$)

α. $x = A - bt$ **β.** $A = A_0 e^{\Lambda t}$ **γ.** $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ **δ.** $A = \frac{A_0}{\Lambda t}$

1.22. Το πλάτος, προς την ίδια κατεύθυνση, φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με τονννν χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Στην εξίσωση αυτή ο χρόνος t παίρνει

α. οποιαδήποτε τιμή.

β. τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου Τ.

γ. μόνο τιμές που είναι άρτια πολλαπλάσια της περιόδου Τ.

δ. μόνο τιμές που είναι περιττά πολλαπλάσια της περιόδου Τ.

1.23. Ένα σύστημα ελατηρίου – μάζας ταλαντώνεται μέσα σε δοχείο, στο οποίο μπορούμε να μεταβάλλουμε την πίεση του αέρα. Η σταθερά απόσβεσης της φθίνουσας ταλάντωσης του συστήματος εξαρτάται

α. μόνο από τις ιδιότητες του μέσου.

β. μόνο από το σχήμα του σώματος που ταλαντώνεται.

γ. μόνο από το μέγεθος του σώματος που ταλαντώνεται.

δ. από τις ιδιότητες του μέσου, το σχήμα και το μέγεθος του σώματος που ταλαντώνεται.

1.24. Σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$. Σε χρόνο t_1 το πλάτος μειώνεται από $\frac{A_0}{2}$ σε $\frac{A_0}{4}$ και σε χρόνο t_2 από $\frac{A_0}{6}$ σε $\frac{A_0}{12}$. Η σχέση μεταξύ των χρονικών διαστημάτων Δt_1 και Δt_2 είναι

α. $\Delta t_1 = \Delta t_2$ **β.** $\Delta t_1 = \frac{\Delta t_2}{2}$ **γ.** $\Delta t_1 = 3\cdot\Delta t_2$ **δ.** $\Delta t_1 = 4\cdot\Delta t_2$

1.25. Σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$. Με την πάροδο του χρόνου

α. το πλάτος μειώνεται και η περίοδος διατηρείται σταθερή.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό και η περίοδος μειώνεται.

γ. το πλάτος και η περίοδος μειώνονται.

δ. το πλάτος και η περίοδος παραμένουν σταθερά.

1.26. Σε αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b_1\upsilon$. Όταν η σταθερά απόσβεσης αυξάνεται από την τιμή b_1 στην τιμή b_2, χωρίς να γίνει μεγάλη, τότε

α. ο ρυθμός μείωσης του πλάτους γίνεται μικρότερος.

β. η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται.

γ. ο ρυθμός μείωσης της (μέσης) ολικής ενέργειας γίνεται μεγαλύτερος.

δ. η κίνηση γίνεται απεριοδική.

1.27. Σε σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί δύναμη αντίστασης $F_1 = -b\upsilon$. Αν διπλασιάσουμε το αρχικό πλάτος A_0 της ταλάντωσης

α. η περίοδος της ταλάντωσης δε μεταβάλλεται.

β. η περίοδος της ταλάντωσης θα αυξηθεί.

γ. ο ρυθμός μείωσης του πλάτους δε μεταβάλλεται.

δ. η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα ανά περίοδο θα μειωθεί.

1.28. Σε σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργούν δύναμη αντίστασης $F_1 = -bu$ και περιοδική δύναμη $F = F_{max}ημ2πft$ με συχνότητα f που μπορεί να μεταβάλλεται. Τότε
α. το σύστημα ταλαντώνεται με την ιδιοσυχνότητά του f_0 .
β. το πλάτος ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο της συχνότητας f.
γ. η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος είναι ίση με την συχνότητα της περιοδικής δύναμης.
δ. όταν αυξάνεται η συχνότητα της περιοδικής δύναμης, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνει πάντοτε.

1.29. Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται
α. από το πλάτος της ταλάντωσης.
β. από την σταθερά απόσβεσης.
γ. από την αρχική φάση.
δ. από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

1.30. Συντονισμό ονομάζουμε την κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή, στην οποία
α. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με την κινητική.
β. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι διπλάσια από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
γ. η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι περίπου ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
δ. το πλάτος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητο από την συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

1.31. Οι μεγάλες τεχνικές κατασκευές (κρεμαστές γέφυρες, καμινάδες κλπ) φτιάχνονται έτσι ώστε
α. να μην κάνουν εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν φυσά άνεμος.
β. να αποφεύγεται το φαινόμενο του συντονισμού.
γ. να απορροφούν από τον διεγέρτη (άνεμο) μέγιστα ποσά ενέργειας.
δ. να έχουν σταθερά απόσβεσης ίση με μηδέν.

1.32. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, ο διεγέρτης ταλαντώνεται με συχνότητα f που είναι μικρότερη από την φυσική συχνότητα του ταλαντωτή. Αν αρχίσουμε να αυξάνουμε την συχνότητα του διεγέρτη,
α. ο ταλαντωτής θα εξακολουθεί να ταλαντώνεται με την φυσική του συχνότητα.
β. ο ταλαντωτής θα ταλαντώνεται πάντα με την συχνότητα του διεγέρτη.
γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα αυξάνεται συνεχώς.
δ. η μέγιστη ταχύτητα θα αυξάνεται συνεχώς.

Θέμα Α: Ερωτήσεις τύπου Σωστό/Λάθος

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα Σ αν την κρίνετε σωστή ή το γράμμα Λ αν την κρίνετε λανθασμένη.

1.33. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη περιοδική κίνηση.

1.34. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη κίνηση, ομαλά μεταβαλλόμενη.

1.35. Η απομάκρυνση σημειακού αντικειμένου από την θέση ισορροπίας του, όταν εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

1.36. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του από την θέση ισορροπίας του και η επιτάχυνσή του α συνδέονται με την εξίσωση $α = -ω^2 x$.

1.37. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η φάση της απομάκρυνσης x προηγείται της φάσης της ταχύτητας υ κατά $\frac{π}{2}$.

1.38. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η δύναμη F και η απομάκρυνση x είναι μεγέθη συμφασικά.

1.39. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η φάση της απομάκρυνσης x καθυστερεί της φάσης της επιτάχυνσης α κατά π.

1.40. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η φάση της ταχύτητας υ προηγείται της φάσης της επιτάχυνσης α κατά $\frac{\pi}{2}$.

1.41. Όταν σημειακό αντικείμενο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ισχύει η συνθήκη $\Sigma F_x = -Dx$.

1.42. Η τιμή της σταθεράς επαναφοράς D σχετίζεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ταλαντώνεται.

1.43. Η σταθερά επαναφοράς δεν επηρεάζει την περίοδο του ταλαντευόμενου συστήματος.

1.44. Στην αρμονική ταλάντωση το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο στην θέση x = 0.

1.45. Στην αρμονική ταλάντωση το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ελάχιστο στις θέσεις $x = \pm A$.

1.46. Στην αρμονική ταλάντωση τα διανύσματα $\vec{\upsilon}$ και $\vec{\alpha}$ είναι πάντα αντίρροπα.

1.47. Στην αρμονική ταλάντωση η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ και η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι διανύσματα συγγραμμικά και ομόρροπα.

1.48. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή καθορίζει την μέγιστη ταχύτητα υ_{max} και το πλάτος της ταλάντωσης A.

1.49. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με την κινητική του ενέργεια στην θέση x = 0.

1.50. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με την δυναμική του ενέργεια στις θέσεις $x = \pm A$.

1.51. Η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο.

1.52. Στην διάρκεια μιας περιόδου η δυναμική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια μόνο μια φορά.

1.53. Στην διάρκεια μιας περιόδου η δυναμική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι συνεχώς μικρότερη από την ολική του ενέργεια.

1.54. Στην διάρκεια μιας περιόδου η ολική ενέργεια του απλού αρμονικού ταλαντωτή είναι συνεχώς μεγαλύτερη από την κινητική του ενέργεια.

1.55. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή έχουμε περιοδική μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική και αντιστρόφως.

1.56. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή η μέγιστη τιμή της κινητικής του ενέργειας είναι $K_{max} = \frac{1}{2}DA^2$.

1.57. Στον απλό αρμονικό ταλαντωτή η μέγιστη τιμή της δυναμικής του ενέργειας είναι $U_{max} = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2$.

1.58. Ελεύθερη ταλάντωση εκτελεί ένας ταλαντωτής όταν του δοθεί μια φορά ενέργεια και κατόπιν αφεθεί ελεύθερος.

1.59. Το πλάτος της ελεύθερης ταλάντωσης ενός ταλαντωτή διατηρείται πάντα σταθερό.

1.60. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, με b > 0, το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με τον χρόνο.

1.61. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, (b > 0), τότε η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

1.62. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = -b\upsilon$, με μεγάλη σταθερά απόσβεσης, η κίνηση γίνεται απεριοδική.

1.63. Στη φθίνουσα αρμονική ταλάντωση ο ρυθμός με τον οποίο ελαττώνεται το πλάτος δεν εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης.

1.64. Στις κρεμαστές γέφυρες επιδιώκεται η απόσβεση των ταλαντώσεων να είναι ελάχιστη.

1.65. Το πλάτος φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, αν η δύναμη αντίστασης είναι της μορφής $F = -bυ$.

1.66. Στην εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ που δίνει τη μεταβολή του πλάτους φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης με τον χρόνο, ο χρόνος t παίρνει οποιαδήποτε τιμή.

1.67. Στην εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$ που δίνει την μεταβολή του πλάτους φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης με τον χρόνο, ο χρόνος t παίρνει τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου Τ.

1.68. Εξαναγκασμένη ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση που εκτελεί ένας ταλαντωτής, όταν ενεργεί σ' αυτόν εκτός από την δύναμη επαναφοράς και μια περιοδική δύναμη.

1.69. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητά του.

1.70. Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή είναι ίση με την συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

1.71. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή δεν εξαρτάται από την συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.

1.72. Η κατάσταση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή στην οποία η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι διπλάσια από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή, ονομάζεται συντονισμός.

1.73. Η συχνότητα $f_{εξ}$ της διεγείρουσας δύναμης γύρω από την οποία παρουσιάζεται μεγιστοποίηση του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή, διαφέρει λίγο από την ιδιοσυχνότητά του f_0, αν η απόσβεση είναι μικρή.

1.74. Κατά το συντονισμό η απορρόφηση της ενέργειας που προσφέρεται από την εξωτερική διέγερση γίνεται μέγιστη.

1.75. Όταν η απόσβεση είναι πολύ μεγάλη, το φαινόμενο του συντονισμού δεν παρατηρείται ή γίνεται ελάχιστα αντιληπτό.

1.76. Για να διατηρείται σταθερό το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης πρέπει ο ρυθμός με τον οποίο το σύστημα απορροφάει ενέργεια να είναι διπλάσιος του ρυθμού με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σύστημα.

1.77. Κατά το συντονισμό όταν η σταθερά απόσβεσης είναι b = 0, το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται θεωρητικά άπειρο.

1.78. Σύστημα ελατήριο – μάζα εκτελεί μηχανικές ταλαντώσεις και η απομάκρυνση του σώματος περιγράφεται από την εξίσωση x = Αημωt. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι Σωστές και ποιες Λάθος:

α. Η δυναμική και η κινητική ενέργεια μηδενίζονται τέσσερις φορές στο χρονικό διάστημα (0,Τ].

β. Η δυναμική ενέργεια γίνεται τέσσερις φορές ίση με την κινητική ενέργεια στο χρονικό διάστημα (0,Τ).

γ. Ο ελάχιστος χρόνος για να μεταβληθεί κατά 2Α η απομάκρυνση του σώματος είναι Τ/2.

δ. Ο ελάχιστος χρόνος για να μηδενιστεί δύο φορές η δυναμική ενέργεια είναι Τ/4.

ε. Ο χρόνος που απαιτείται για να γίνει η απομάκρυνση του σώματος από μέγιστη μηδέν εξαρτάται από την μάζα του σώματος.

στ. Το σώμα δεν έχει ταχύτητα τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η δυναμική ενέργεια είναι μέγιστη.

ζ. Οι τιμές που μπορεί να πάρει η απομάκρυνση του σώματος είναι $-A \le x \le A$. Συνεπώς η δυναμική ενέργεια μπορεί να πάρει τιμές $-\frac{1}{2}DA^2 \le U \le \frac{1}{2}DA^2$.

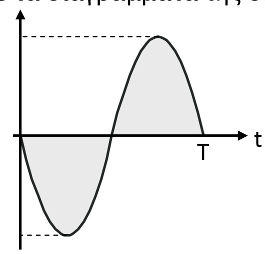
Θέμα Α: Ερωτήσεις αντιστοίχησης

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και τα κατάλληλα ζεύγη γραμμάτων - αριθμών.

1.79. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $F = F_{max}ημωt$.
Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

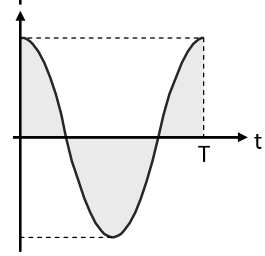
Α. F

1.



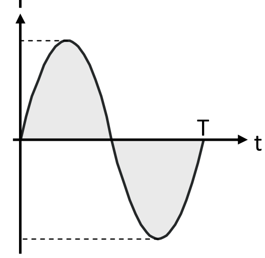
Β. x

2.

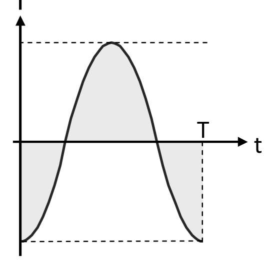


Γ. υ

3.



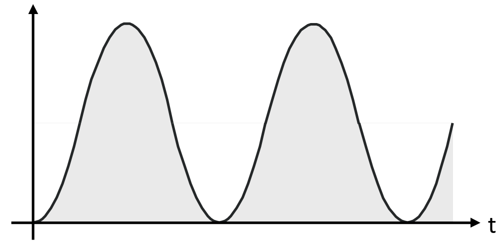
4.



1.80. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυνσή του x από την θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = Αημ\left(ωt + \frac{π}{2}\right)$.
Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τα διαγράμματα της δεξιάς.

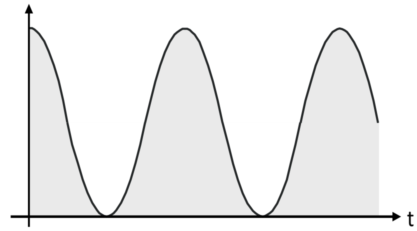
Α. U

1.



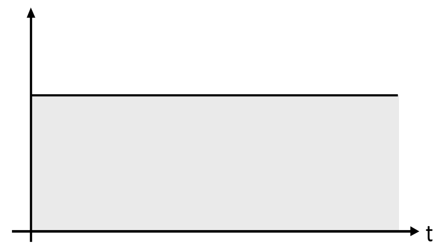
Β. Κ

2.

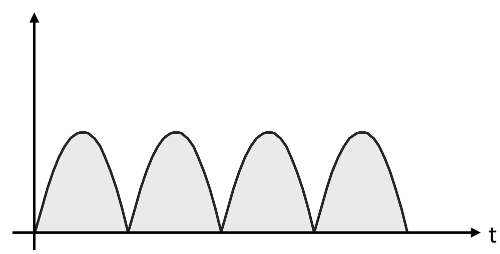


Γ. Ε

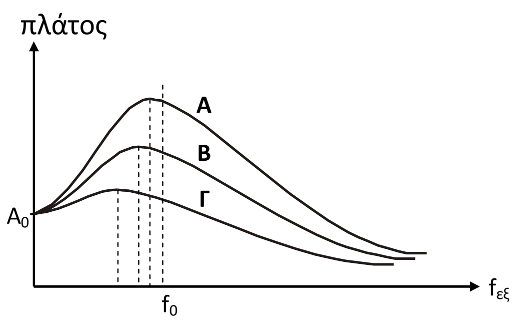
3.



4.



1.81. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση του πλάτους εξαναγκασμένης ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή σε συνάρτηση με την συχνότητα του διεγέρτη για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης.
Να αντιστοιχίσετε στις καμπύλες συντονισμού τις τιμές του συντελεστή απόσβεσης της δεξιάς στήλης.



1. $b_1 = 0$

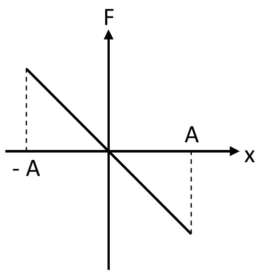
2. $b_2 = 4\cdot 10^{-3}\,N\frac{s}{m}$

3. $b_3 = 5\cdot 10^{-3}\,N\frac{s}{m}$

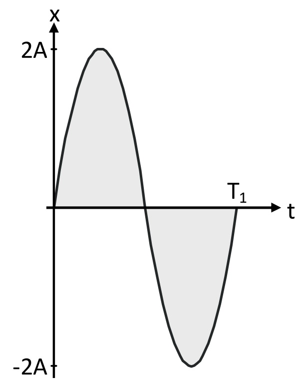
4. $b_4 = 3\cdot 10^{-3}\,N\frac{s}{m}$

1.82. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα A και B. Για κάθε γραφική παράσταση F - x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση x - t της δεξιάς στήλης.

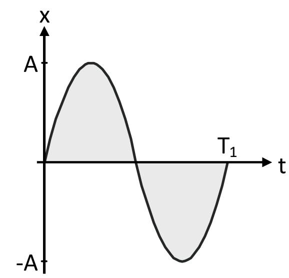
A.



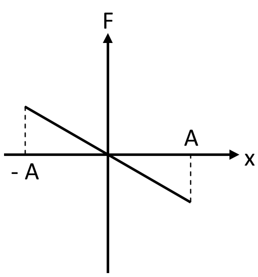
1.



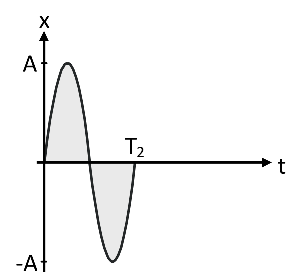
2.



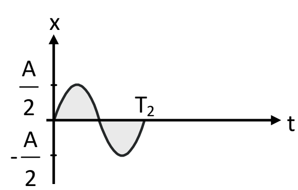
B.



3.

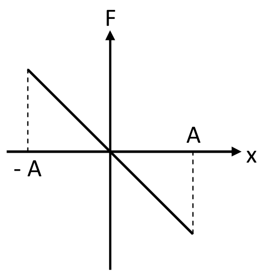


4.

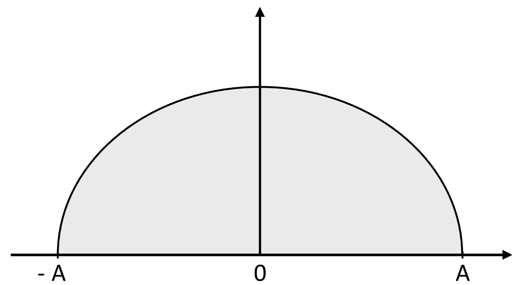


1.83. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η δύναμη επαναφοράς μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα Α και Β. Για κάθε γραφική παράσταση F - x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση U - x της δεξιάς στήλης.

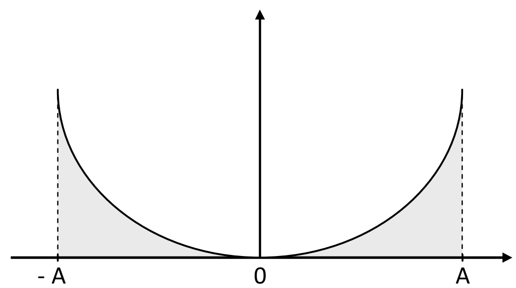
Α.



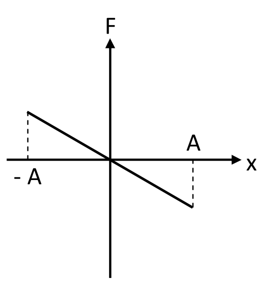
1.



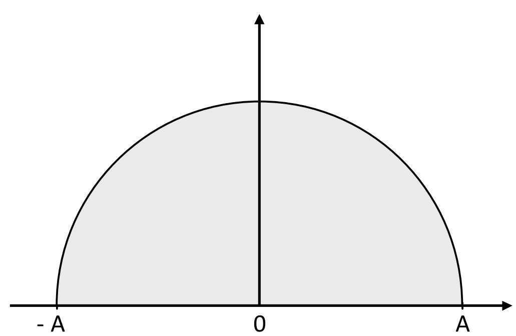
2.



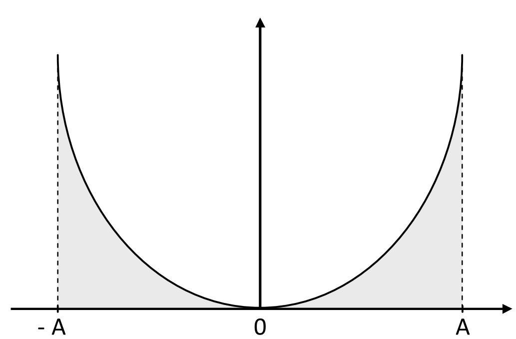
Β.



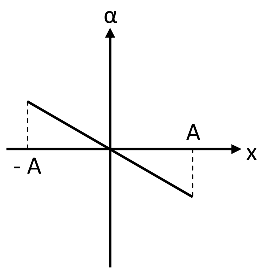
3.



4.

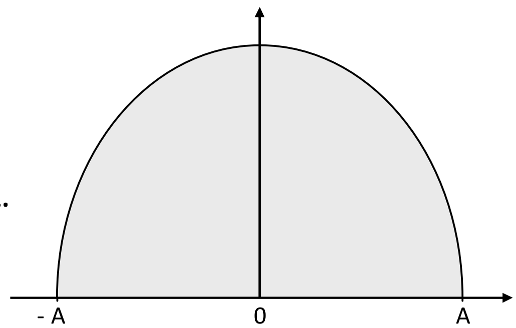


1.84. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί αρμονική ταλάντωση και η επιτάχυνση μεταβάλλεται για την απομάκρυνση x όπως δείχνουν τα σχήματα Α και Β. Για κάθε γραφική παράσταση α - x της αριστερής στήλης να βρείτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση K - x της δεξιάς στήλης.

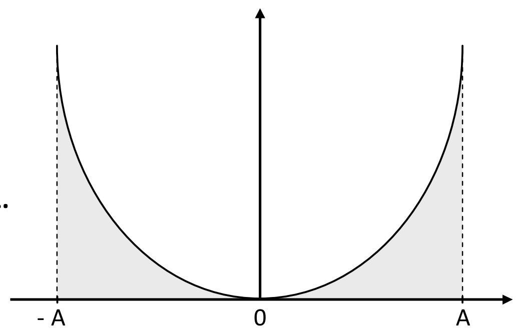


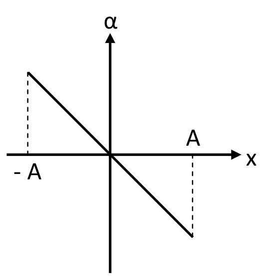
Α.

1.



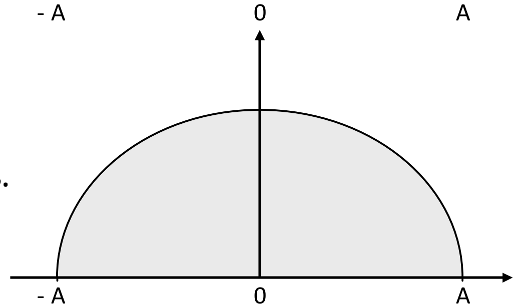
2.



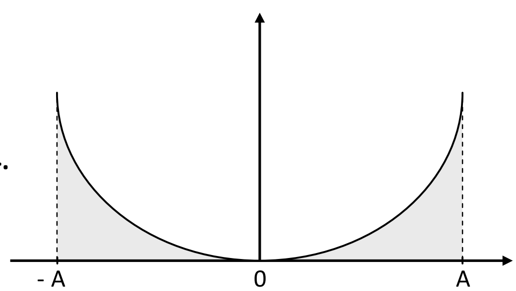


Β.

3.

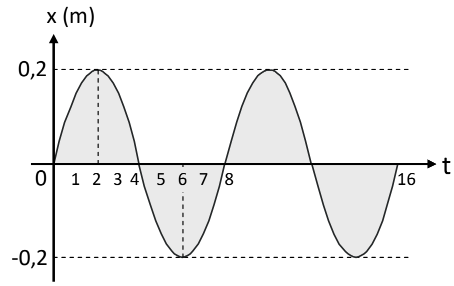


4.



Θέμα Β: Ερωτήσεις ανοικτού τύπου

1.85. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



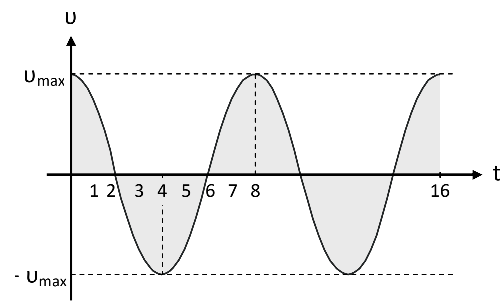
α. Το μέτρο της ταχύτητας έχει την μέγιστη τιμή του τις χρονικές στιγμές 0 s, 4 s και 8 s.

β. Το μέτρο της επιτάχυνσης έχει την μέγιστη τιμή του τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s.

γ. Την χρονική στιγμή t = 4 s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι $\alpha = \dfrac{\alpha_{max}}{2}$.

δ. Την χρονική στιγμή 7 s το μέτρο της ταχύτητας είναι μικρότερο από το μέτρο της ταχύτητας την χρονική στιγμή 2 s.

1.86. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές, ποιες είναι λανθασμένες και γιατί;



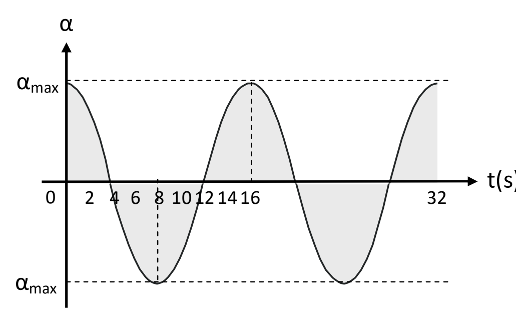
α. Τις χρονικές στιγμές 0 s, 4 s και 8 s το αντικείμενο διέρχεται από την θέση ισορροπίας του.

β. Τις χρονικές στιγμές 2 s και 6 s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.

γ. Στο χρονικό διάστημα από 6 s μέχρι 8 s τα διανύσματα $\vec{υ}$ και $\vec{F}$ (συνισταμένη δύναμη) είναι συγγραμμικά και ομόρροπα.

δ. Στο χρονικό διάστημα 0 μέχρι 2 s το αντικείμενο κινείται προς την θέση ισορροπίας του.

1.87. Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



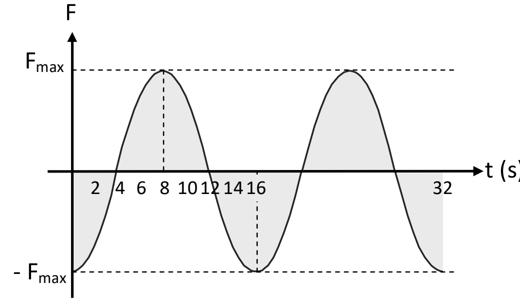
α. Τις χρονικές στιγμές 0 s, 8 s και 16 s η ταχύτητα του αντικειμένου είναι ίση με μηδέν.

β. Την χρονική στιγμή t = 14 s το αντικείμενο κινείται προς την θέση ισορροπίας του.

γ. Τις χρονικές στιγμές 4 s και 12 s το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου έχει τη μέγιστη τιμή του.

δ. Η ταχύτητα του αντικειμένου κάθε χρονική στιγμή καθορίζεται από την εξίσωση $υ = υ_{max}ημ(ωt + π)$.

1.88. Η γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο για ένα σημειακό αντικείμενο που εκτελεί αρμονική ταλάντωση φαίνεται στο σχήμα. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



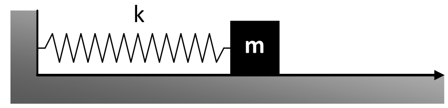
α. Τις χρονικές στιγμές 0 s, 8 s και 16 s η ταχύτητα του αντικειμένου είναι ίση με μηδέν.

β. Την χρονική στιγμή t = 6 s το αντικείμενο κινείται προς την θέση ισορροπίας του.

γ. Τις χρονικές στιγμές 4 s και 12 s το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου έχει την μέγιστη τιμή του.

δ. Η απομάκρυνση x του αντικειμένου από τη θέση ισορροπίας του κάθε χρονική στιγμή καθορίζεται από την εξίσωση x = Αημωt.

1.89. Το σύστημα μάζας - ελατηρίου του σχήματος εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Την χρονική στιγμή t = 0 η μάζα διέρχεται από την θέση ισορροπίας της κινούμενη προς την θετική κατεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x της μάζας από την θέση ισορροπίας της είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Την χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$ η επιτάχυνση έχει αλγεβρική τιμή $\alpha = \frac{\alpha_{max}}{\sqrt{2}}$.

β. Η ταχύτητα της μάζας καθορίζεται κάθε στιγμή από την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_{max}$συνωt.

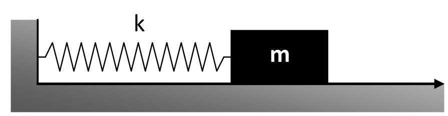
γ. Την χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{8}$ η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με την κινητική του.

δ. Η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος δίνεται από την εξίσωση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

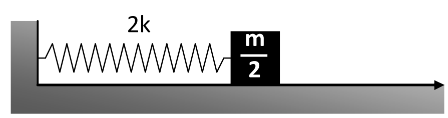
1.90. Απλός αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί ταλάντωση πλάτους Α Αν το πλάτος ταλάντωσης διπλασιαστεί, τότε

α. η περίοδος ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς διπλασιάζεται.
γ. η ολική ενέργεια του συστήματος τετραπλασιάζεται.
δ. το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας τετραπλασιάζεται.
Με ποιο ή ποια από τα παραπάνω συμφωνείτε και γιατί;

1.91. Στους δύο απλούς αρμονικούς ταλαντωτές (Α) και (Β) δίνουμε την ίδια ολική ενέργεια. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



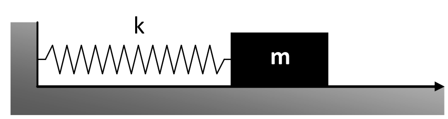
(A)



(B)

α. Οι ταλαντωτές εκτελούν αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους.
β. Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή (Α) είναι διπλάσιο του μέτρου της μέγιστης δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή (Β).
γ. Οι ταλαντωτές ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα.
δ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $\upsilon_{max,B}$ του ταλαντωτή (Β) είναι $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας $\upsilon_{max,A}$ του ταλαντωτή (Α).

1.92. Ο απλός αρμονικός ταλαντωτής του σχήματος εκτελεί ταλάντωση πλάτους Α. Διατηρούμε σταθερό το πλάτος ταλάντωσης και διπλασιάζουμε την μάζα του σώματος. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Η περίοδος της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
β. Η ολική ενέργεια του συστήματος διπλασιάζεται.
γ. Το μέτρο υ'_{max} της μέγιστης ταχύτητας του σώματος γίνεται ίσο με $\frac{\upsilon_{max}}{\sqrt{2}}$.
δ. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σώματος υποδιπλασιάζεται.

1.93. Με ποια από τις παρακάτω προτάσεις συμφωνείτε;

α. Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου η δυναμική ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή γίνεται μέγιστη μία μόνο φορά.
β. Η ενέργεια του ταλαντωτή μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο.
γ. Κατά την διάρκεια μιας περιόδου η δυναμική ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια σε δύο χρονικές στιγμές.
δ. Η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή γίνεται μέγιστη τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η επιτάχυνσή του είναι μηδέν.

1.94. Σημειακό αντικείμενο μάζας m εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του από την θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση x = Αημ(ωt + φ)

Α. Να αποδείξετε ότι

α. $\upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ **β.** $\alpha = \pm\omega\sqrt{\upsilon_{max}^2 - \upsilon^2}$.

Β. Να παραστήσετε γραφικά σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x

α. την επιτάχυνση του σημειακού αντικειμένου.

β. την δυναμική, την κινητική και την ολική του ενέργεια σε κοινό διάγραμμα.

1.95. Ένα σύστημα ελατηρίου - μάζας εκτελεί αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πλάτους Α. Την χρονική στιγμή που η μάζα βρίσκεται στην μέγιστη θετική της απομάκρυνση, προσκολλάται σ' αυτήν με μηδενική ταχύτητα, ένα κομμάτι πλαστελίνης με τριπλάσια μάζα από του σώματος.

α. Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης έμεινε σταθερή.

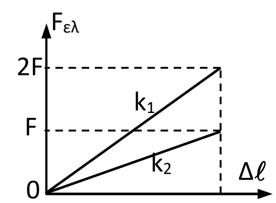
β. Η ενέργεια ταλάντωσης έμεινε σταθερή.

γ. Για τον λόγο των μέγιστων ταχυτήτων μετά και πριν την προσκόλληση της πλαστελίνης, ισχύει $\frac{\upsilon'_{max}}{\upsilon_{max}} = 2$.

δ. Για τον λόγο των μέγιστων επιταχύνσεων μετά και πριν την προσκόλληση της πλαστελίνης ισχύει $\frac{\alpha'_{max}}{\alpha_{max}} = \frac{1}{4}$.

Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα Σ όσες από τις παραπάνω προτάσεις κρίνετε σωστές και με το γράμμα Λ όσες κρίνετε λανθασμένες και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

1.96. Η ασκούμενη δύναμη F σε συνάρτηση με την παραμόρφωση $\Delta\ell$ για δύο ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2, φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τα δύο ελατήρια στηρίζονται στο πάνω άκρο τους από οροφή και στο κάτω άκρο τους στερεώνονται μάζες m_1 και m_2, αντίστοιχα, ώστε να προκαλούνται ίσες παραμορφώσεις. Προσφέρουμε και στα δύο συστήματα ίσα ποσά ενέργειας, οπότε αυτά τίθενται σε αρμονική ταλάντωση.



α. Για τον λόγο των πλατών των δύο ταλαντώσεων ισχύει $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

β. Για τον λόγο των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων ισχύει $\frac{f_1}{f_2} = 1$.

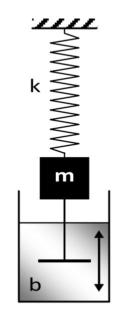
γ. Για τον λόγο των μέγιστων ταχυτήτων ισχύει $\frac{\upsilon_{1,max}}{\upsilon_{2,max}} = 2$.

δ. Για τον λόγο των μέγιστων επιταχύνσεων ισχύει $\frac{\alpha_{1,max}}{\alpha_{2,max}} = 2$.

Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα Σ όσες από τις παραπάνω προτάσεις κρίνετε σωστές και με το γράμμα Λ όσες κρίνετε λανθασμένες και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

1.97. Ένας λόχος στρατιωτών βαδίζει με «βήμα». Όταν πρόκειται να περάσει μια γέφυρα, ο επικεφαλής διατάζει τους στρατιώτες να βαδίσουν ελεύθερα. Γιατί;

1.98. Στον αρμονικό ταλαντωτή του σχήματος εκτός από την δύναμη επαναφοράς $-k\cdot x$ ενεργεί και δύναμη αντίστασης $-b\cdot\upsilon$ όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της μάζας m. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;



α. Για τον ταλαντωτή θα ισχύει η εξίσωση $m\alpha + kx + b\upsilon = 0$.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται γραμμικά με τον χρόνο.

γ. Ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός.

δ. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μειωθεί μια ορισμένη τιμή του πλάτους (π.χ. η A_0) στο μισό της είναι σταθερό.

1.99. Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά.

Α. Στο τέλος των 10 πρώτων ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο ¼ του αρχικού. Μετά από 10 ακόμη ταλαντώσεις το πλάτος θα ισούται με

α. $\frac{A_0}{8}$. **β.** $\frac{A_0}{16}$. **γ.** $\frac{A_0}{32}$.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

Β. Αν E_0 είναι η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης, τότε μετά από τις 10 πρώτες ταλαντώσεις το έργο της δύναμης που αντιστέκεται στην κίνηση του ταλαντωτή, ισούται με

α. $-\frac{E_0}{8}$. **β.** $+\frac{E_0}{16}$. **γ.** $-\frac{15E_0}{16}$.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

1.100. Σε ταλαντούμενο σύστημα μάζας - ελατηρίου εκτός από την δύναμη επαναφοράς - kx, ενεργούν μια δύναμη αντίστασης – bυ, όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της μάζας m και περιοδική δύναμη $F = F_{max}ημωt$ σταθερού πλάτους και μεταβλητής συχνότητας. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

α. Για τον ταλαντωτή θα ισχύει η εξίσωση $F_{max}ημωt – kx – bυ = mα$.

β. Αν η συχνότητα $f_{εξ}$ της περιοδικής δύναμης F είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή και αρχίσει να αυξάνεται συνεχώς, το πλάτος της ταλάντωσης συνεχώς θα αυξάνεται.

γ. Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι ίση με $f_0 = \frac{1}{2π}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

δ. Όταν είναι $f_{εξ} < f_0$ το σύστημα ταλαντώνεται με την ιδιοσυχνότητά του.

1.101. Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί αμείωτες εξαναγκασμένες ταλαντώσεις. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι 30 Hz και η εξωτερική περιοδική δύναμη που του ασκείται περιγράφεται από την εξίσωση F = 10 συν40t (S.I.). Αυξάνουμε την κυκλική συχνότητα της εξωτερικής δύναμης σε 50 rad/s.

Α. Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή

α. αυξάνεται **β.** δε μεταβάλλεται **γ.** μειώνεται.

Β. Το πλάτος της ταλάντωσης

α. αυξάνεται **β.** δε μεταβάλλεται **γ.** μειώνεται.

Γ. Η συχνότητα της ταλάντωσης

α. αυξάνεται **β.** δε μεταβάλλεται **γ.** μειώνεται.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

1.102. Ένα σώμα μάζας m εξαρτάται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης σταθερής συχνότητας f, με $f > f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν αυξήσουμε την μάζα του σώματος, χωρίς να αλλάξει η σταθερά απόσβεσης, τότε

Α. η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή

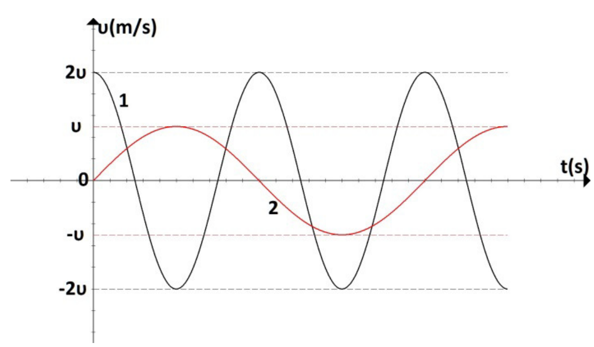
α. αυξάνεται **β.** δε μεταβάλλεται **γ.** μειώνεται.

Β. η συχνότητα της ταλάντωσης

α. αυξάνεται **β.** δε μεταβάλλεται **γ.** μειώνεται.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

1.103. Οι καμπύλες 1 και 2 στο διπλανό σχήμα δείχνουν την μεταβολή της ταχύτητας σε δύο συστήματα ελατήριο – μάζα που εκτελούν ΑΑΤ σε συνάρτηση με τον χρόνο. Στα δύο συστήματα οι δυνάμεις έχουν την ίδια μέγιστη τιμή.



Α. Για τον λόγο των μαζών των δύο σωμάτων, ισχύει:

α. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ **β.** $\frac{m_1}{m_2} = 1$ **γ.** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$

Β. Για τον λόγο των σταθερών των ελατηρίων, ισχύει:

α. $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{2}$ **β.** $\frac{k_1}{k_2} = 1$ **γ.** $\frac{k_1}{k_2} = 2$

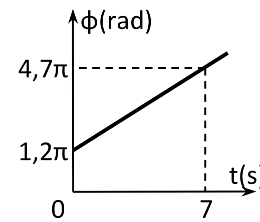
Γ. Για τον λόγο των ολικών ενεργειών των δύο κυκλωμάτων, ισχύει:

α. $\frac{E_1}{E_2} = 2$ **β.** $\frac{E_1}{E_2} = 1$ **γ.** $\frac{E_1}{E_2} = 4$

Να επιλέξετε την σωστή σχέση και να την δικαιολογήσετε.

Ασκήσεις στις Μηχανικές Ταλαντώσεις

1. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο, ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x = A \cdot ημ(ωt+φ_0)$.



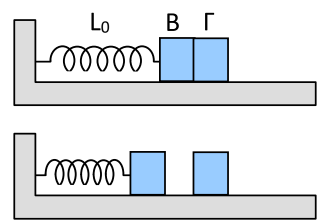
Α. Πόση είναι η αρχική φάση και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της απομάκρυνσης;

Β. Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

Γ. Να υπολογιστεί η μεταβολή της φάσης της ταχύτητας σε χρονικό διάστημα $Δt = 6$ s.

Δ. Κάποια στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα $υ_1 = 2$ m/s, να βρεθεί η ταχύτητά του την στιγμή $t_2 = t_1 + 10$ s.

2. Τα σώματα Β και Γ έχουν ίσες μάζες και εφάπτονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το σώμα Β είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου, που έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα Β προς τα αριστερά κατά Α και το αφήνουμε να κινηθεί. Φτάνοντας στη θέση ισορροπίας συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Γ. Για το νέο πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος ισχύει:



α. $A_1 = A$, **β.** $A_1 = \dfrac{A}{\sqrt{2}}$ **γ.** $A_1 = \dfrac{A}{2}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Σύστημα ελατήριο σταθεράς k – σώμα μάζας m εκτελεί ΑΑΤ. Κάποια στιγμή η θέση του σώματος είναι $x = \dfrac{υ_{max}}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, όπου $υ_{max}$ η μέγιστη ταχύτητα του σώματος. Ο λόγος της δυναμικής προς την κινητική ενέργεια του σώματος την στιγμή αυτή είναι ίσος με:

α. $\dfrac{U}{K} = \dfrac{1}{9}$ **β.** $\dfrac{U}{K} = \dfrac{1}{8}$ **γ.** $\dfrac{U}{K} = \dfrac{8}{9}$.

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

4. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 5 \cdot 10^{-2}$ m. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ της έναρξης των ταλαντώσεων το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x = +5 \cdot 10^{-2}$ m από την θέση ισορροπίας του, ενώ διέρχεται από αυτή μετά από χρόνο $t = 0{,}25$ s. Να γραφούν οι εξισώσεις για την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο.

5. Υλικό σημείο μάζας $m = 0{,}1$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ταχύτητά του δίνεται από την εξίσωση $υ = 2συν\left(10t + \dfrac{π}{6}\right)$ (S.I.).

α. Να γραφεί η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς συναρτήσει του χρόνου.

β. Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης την χρονική στιγμή $t = π/60$ s.

γ. Να βρεθεί ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για να μετακινηθεί το υλικό σημείο από την θέση $x_1 = +0{,}1$ m, κινούμενο στην θετική κατεύθυνση, στην θέση $x_2 = 0$.

6. Ένα σώμα μάζας $m = 2$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0{,}5$ m. Η σταθερά των ταλαντώσεων είναι $D = 200$ N/m. Σε κάποια χρονική στιγμή t_1 η απομάκρυνση του σώματος είναι $x_1 > 0$ και το μέτρο της ταχύτητας του είναι $υ_1 = 3$ m/s. Να υπολογιστούν :

α. Η κυκλική συχνότητα ω των ταλαντώσεων.

β. Η απομάκρυνση x_1 του σώματος από την θέση ισορροπίας του την t_1.

γ. Η επιτάχυνση του σώματος την ίδια χρονική στιγμή.

7. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και περνάει από δύο σημεία της τροχιάς του Α και Β που απέχουν απόσταση $d = 0{,}2\sqrt{2}\,m$, με την ίδια ταχύτητα. Για τη μετάβαση από το σημείο Α στο Β απαιτείται χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 4$ s. Μετά το πέρασμά του από το Β το υλικό σημείο χρειάζεται χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 4$ s για να περάσει πάλι από το σημείο Β κινούμενο με αντίθετη φορά. Να βρείτε

α. την περίοδο της ταλάντωσης.

β. το πλάτος της ταλάντωσης.

[**Απ. α.** 16 s, **β.** 0,2 m]

8. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν η απομάκρυνσή του έχει τιμές x_1, x_2, η ταχύτητά του έχει αντίστοιχες τιμές $υ_1$, $υ_2$. Να βρείτε

α. την περίοδο της ταλάντωσης.

β. το πλάτος της ταλάντωσης.

<u>Εφαρμογή</u> : $x_1 = 0{,}16$ m, $x_2 = 0{,}12$ m, $υ_1 = 1{,}2$ m/s, $υ_2 = 1{,}6$ m/s.

[**Απ. α.** $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{x_2^2 - x_1^2}{υ_1^2 - υ_2^2}}$, T = 0,2π s, **β.** $A = \sqrt{\dfrac{υ_1^2 x_2^2 - υ_2^2 x_1^2}{υ_1^2 - υ_2^2}}$, A = 0,2 m]

9. Υλικό σημείο μάζας m = 0,01 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A = 0,2 m και περίοδο T = π s.

α. Να βρείτε το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το υλικό σημείο από την θέση $x_1 = 0{,}1$ m στην θέση $x_2 = -0{,}1$ m αν δίνεται ότι το υλικό σημείο περνάει από την θέση x_1 κινούμενο

i) προς την θετική κατεύθυνση. **ii)** προς την αρνητική κατεύθυνση.

β. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του υλικού σημείου όταν αυτό περνάει από τις θέσεις x_1 και x_2;

[**Απ. α. i)** $\dfrac{\pi}{2}$ s, **ii)** $\dfrac{\pi}{6}$ s, **β.** $-4\cdot10^{-3}$ N, $4\cdot10^{-3}$ N]

10. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά μήκος του άξονα x. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το υλικό σημείο διέρχεται από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι A = 4 cm και η συχνότητα f = 2 Hz. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από την θέση ισορροπίας του είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με τον χρόνο.

β. Να προσδιορίσετε την μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο) του υλικού σημείου και την χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία αυτό θα αποκτήσει αυτήν την ταχύτητα για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

γ. Να προσδιορίσετε την μέγιστη επιτάχυνση (κατά μέτρο) του υλικού σημείου και την χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία την αποκτά για πρώτη φορά μετά την στιγμή $t_0 = 0$.

δ. Να υπολογίσετε την συνολική απόσταση που διάνυσε το υλικό σημείο από την στιγμή $t_0 = 0$ ως την στιγμή t = 1,25 s.

[**Απ. α.** $x = 4\cdot10^{-2}ημ4\pi t$ (SI), **β.** 0,16π m/s, 0,25 s, **γ.** $0{,}64\pi^2$ m/s^2, 0,125 s, **δ.** 0,4 m]

11. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνσή του x από την θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = 0{,}2\sqrt{2}ημ(20\pi t + \phi_0)$ (SI). Για ποιες τιμές της απομάκρυνσης x η δυναμική του ενέργεια U είναι ίση με το 50% της ολικής του ενέργειας E_T ;

[**Απ.** – 0,2 m, 0,2 m]

12. Ένα σώμα μάζας m = 0,5 kg εκτελεί Α.Α.Τ. χωρίς αρχική φάση. Στην θέση x = 1 m η ταχύτητά του είναι $υ = 2\sqrt{3}$ m/s και η επιτάχυνσή του $α = -4$ m/s^2.

α. Να υπολογιστεί η περίοδος και το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Ποια είναι η απομάκρυνση και ποια η τιμή της ταχύτητας του σώματος όταν η κινητική του και η δυναμική του ενέργεια είναι ίσες και το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα κινούμενο προς την θέση ισορροπίας.

γ. Ποιες χρονικές στιγμές συμβαίνει αυτό;

δ. Να γίνει σε κοινό διάγραμμα η γραφική παράσταση της δυναμικής, της κινητικής και της ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο.

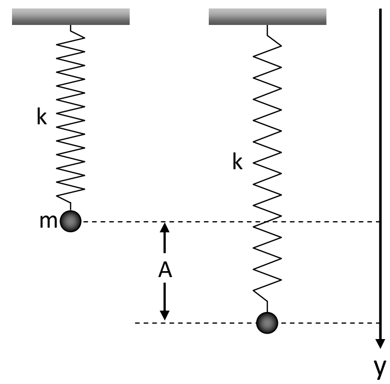
13. Σώμα μάζας m = 0,5 kg είναι δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 50 N/m και ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Απομακρύνουμε τη μάζα από την θέση ισορροπίας της κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά 0,2 m προς τα κάτω και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ την αφήνουμε ελεύθερη.

α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίου θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της .

β. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης;

γ. Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου;

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της μάζας από την θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου και $g = 10\ m/s^2$.

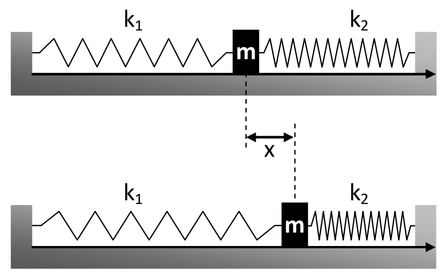


[**Απ. α.** $T = \frac{\pi}{5}$ s, **β.** 1 J, **γ.** 2,25 J, **δ.** $y = 0{,}2ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)]

14. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και έχουν σταθερές $k_1 = 300$ N/m και $k_2 = 100$ N/m. Απομακρύνουμε την μάζα από τη θέση ισορροπίας της κατά την διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και την αφήνουμε ελεύθερη.

α. Να δείξετε ότι το σύστημα μάζας - ελατηρίων θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο T.

β. Πόση είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης αν το πλάτος είναι A = 0,2 m ;



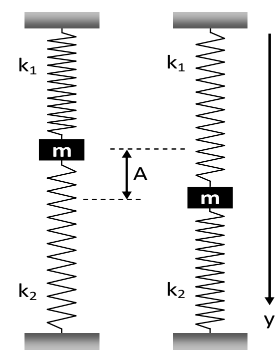
[**Απ. α.** $T = \frac{\pi}{10}$ s, **β.** 8 J]

15. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί συνδεδεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι σταθερές των ελατηρίων είναι $k_1 = 250$ N/m και $k_2 = 150$ N/m. Απομακρύνουμε την μάζα από την θέση ισορροπίας της κατά την διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων και την αφήνουμε ελεύθερη.

α. Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίστε την περίοδο T.

β. Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι A = 0,2 m, πόση είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια της μάζας m; ($g = 10\ m/s^2$).

Να θεωρήσετε ότι στην θέση που η μάζα ισορροπεί το ελατήριο σταθεράς k_1 είναι τεντωμένο και το ελατήριο σταθεράς k_2 είναι συσπειρωμένο.



[**Απ. α.** $T = \frac{\pi}{10}$ s, **β.** 8 J]

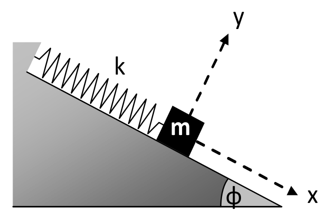
16. Υλικό σημείο μάζας m = 0,01 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ολική του ενέργεια είναι $E_T = 32 \cdot 10^{-4}$ J. Η απομάκρυνση x του υλικού σημείου από την θέση ισορροπίας του είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου και η επιτάχυνσή του α συνδέεται με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του με την σχέση α = –16x (στο SI).

α. Να βρείτε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης x σε συνάρτηση με τον χρόνο, αν για $t_0 = 0$ το υλικό σημείο έχει K = 0 και αρνητική επιτάχυνση.

[**Απ. α.** $T = \frac{\pi}{2}$ s, A = 0,2 m, **β.** $x = 0{,}2ημ\left(4t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)]

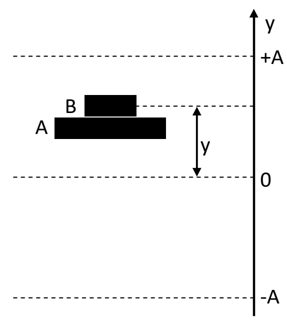
17. Σώμα μάζας m = 1 kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ελατήριο είναι ιδανικό με σταθερά k = 100 N/m. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ = 30°. Απομακρύνουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά Α = 0,05 m και το αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να υπολογίσετε την περίοδο Τ.
β. Όταν το σώμα βρίσκεται στις θέσεις $x = \pm 0{,}05\,m$ να βρείτε την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης, την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του.

[**Απ. α.** $T = \frac{\pi}{10}\,s$, **β.** 0,125 J, 0,5 J και 0, –5 N και 5 N]

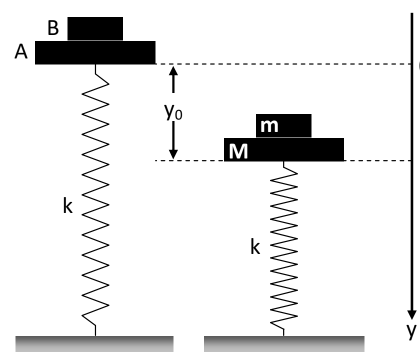
18. Τα δύο σώματα Α και Β που δείχνει το σχήμα είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο και εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ = 2 s και πλάτος Α = 0,25 m. Το σώμα Β έχει μάζα m = 0,2 kg.



α. Να βρείτε την δύναμη που ασκεί το σώμα Β στο σώμα Α στις θέσεις
i) y = 0, ii) y = – 0,25 m, iii) y = + 0,25 m.
β. Για ποια τιμή του πλάτους ταλάντωσης το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α, όταν η περίοδος της ταλάντωσης είναι Τ = 2 s;
γ. Ποια είναι η μέγιστη συχνότητα της ταλάντωσης για την οποία το σώμα Β δεν θα εγκαταλείψει το σώμα Α, όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,25 m;
Δίνονται $g = 10 m/s^2$ και $\pi^2 \simeq 10$.

[**Απ. α. i)** –2 N, **ii)** –2,5 N, **iii)** –1,5 N, **β.** 1 m, **γ.** 1 Hz]

19. Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άλλο άκρο του είναι σταθερά συνδεδεμένος δίσκος Α μάζας Μ = 1,5 kg. Πάνω στον δίσκο είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας m = 0,5 kg. Το σύστημα ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_0 = \frac{\sqrt{5}}{10} m$ και το αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει τον δίσκο Α.
β. Ποια είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Β την στιγμή που εγκαταλείπει τον δίσκο;
γ. Σε πόσο ύψος θα φθάσει το σώμα Β πάνω από την θέση στην οποία εγκαταλείπει το δίσκο; Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g = 10 m/s^2$.

[**Απ. α.** εγκαταλείπει στην θέση $y_1 = -0{,}1$ m, **β.** υ = – 2 m/s, α = 10 m/s², **γ.** h = 0,2 m]

20. Δύο σημεία Β και Γ μιας ευθείας απέχουν μεταξύ τους d = 3 m. Πάνω στην γραμμή που τα ενώνει μπορεί να κινείται χωρίς τριβή υλικό σημείο Κ μάζας m = 1 kg, το οποίο δέχεται από τα Β και Γ ελκτικές δυνάμεις που έχουν μέτρα $F_1 = 6\cdot(BK)$ και $F_2 = 3\cdot(K\Gamma)$ αντίστοιχα στο S.I. Απομακρύνω το σώμα στην θέση Β, του δίνω ταχύτητα μέτρου $\upsilon_B = 6\sqrt{2}$ m/s και το αφήνω να κινηθεί.
α. Να υπολογιστεί η θέση ισορροπίας του υλικού σημείου.
β. Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί ΑΑΤ και να υπολογίσετε την σταθερά επαναφοράς D και την περίοδο Τ της ΑΑΤ.
γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το υλικό σημείο.
δ. Για κάποιον παρατηρητή την $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία Β και Γ, απέχει $d_1 = 0{,}5$ m από το Γ και κινείται προς το Β. Να υπολογίσετε την συνολική ενέργεια, την δυναμική και την κινητική ενέργεια του υλικού σημείου στη θέση Γ.
Να θεωρήσετε θετική φορά από το Β προς το Γ.

21. Δίσκος μάζας $M = 3{,}75$ kg είναι συνδεδεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400$ N/m του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Από ύψος $h = 0{,}75$ m πάνω από τον δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα ένα σφαιρίδιο μάζας $m = 0{,}25$ kg, το οποίο συγκρούεται με το δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

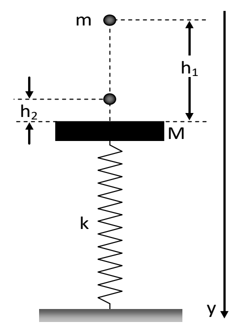
α. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του αν για $t_0 = 0$ δίνεται $y = 0$ και $\upsilon > 0$.

Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου ($g = 10$ m/s^2).

[**Απ. α.** $25\cdot10^{-3}$ m, **β.** $y = 25\cdot10^{-3}\,\eta\mu(10t)$ (SI)]

22. Σφαίρα μάζας $m = 1$ kg αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1 = 5$ m πάνω από δίσκο μάζας $M = 10$ kg, ο οποίος ισορροπεί συνδεδεμένος στην μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 1000$ N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με τον δίσκο και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Μετά την κρούση της με το δίσκο η σφαίρα φθάνει σε ύψος $h_2 = 1{,}25$ m. Να βρείτε



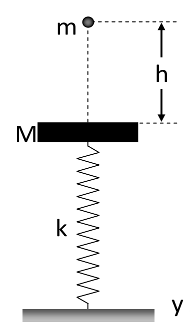
α. τα μέτρα των ταχυτήτων της σφαίρας και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.

β. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.

γ. τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του ($g = 10$ m/s^2).

[**Απ. α.** 5 m/s, 1,5 m/s, **β.** 0,15 m, **γ.** –150 N, 50 N]

23. Στο διπλανό σχήμα η σφαίρα μάζας $m = 1$ kg αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί από ύψος $h = 0{,}8$ m. Ο δίσκος μάζας $M = 3$ kg ισορροπεί στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k = 300$ N/m. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική.



α. Ποιες οι ταχύτητες αμέσως μετά την κρούση;

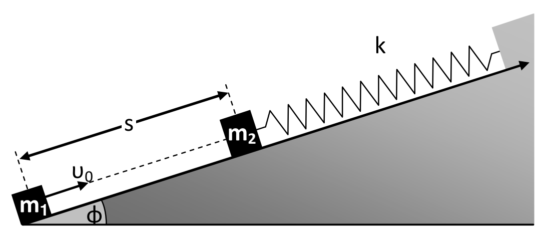
β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος M, αν μετά την κρούση το σώμα m απομακρύνεται.

γ. Ποια η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής την στιγμή της μέγιστης συσπείρωσης;

Δίνεται $g = 10$ m/s^2.

[Απ. **α.** 2 m/s, -2 m/s, **β.** 0,2 m, **γ.** 0,3 m, - 60 kg·m/s^2]

24. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_2 = 3$ kg και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα επάνω σώμα μάζας $m_1 = 1$ kg και αρχικής ταχύτητας $\upsilon_0 = 5$ m/s που έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $s = 0{,}9$ m και η σταθερά του ελατηρίου $k = 300$ N/m. Τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Δίνεται $g = 10$ m/s^2.



Α. Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος m_2 όταν η κρούση είναι ελαστική;

Β. Όταν η κρούση είναι πλαστική να βρείτε

α. το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

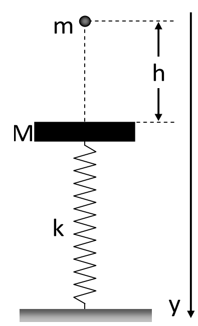
β. την μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

[**Απ. Α.** 0,2 m, **Β. α.** $\frac{7}{60}$ m, **β.** $\frac{11}{60}$ m (επιμήκυνση)]

25. Στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με σταθερά $k = 400$ N/m κρέμεται δίσκος με μάζα $M = 1$ kg που έχει πάνω του σώμα μάζας $m = 2$ kg. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο και το σύστημα ισορροπεί. Αφαιρούμε το σώμα μάζας m και το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ. Δίνεται η θετική φορά του άξονα y προς τα επάνω και $g = 10\ m/s^2$.

α. Να βρεθεί η περίοδος Τ και το πλάτος Α της ταλάντωσης.
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης.
γ. Να βρεθεί η ταχύτητα του δίσκου όταν η απομάκρυνση του από την θέση ισορροπίας είναι $y = 0{,}03$ m.

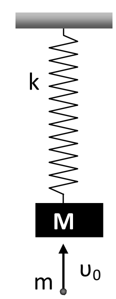
26. Δίσκος μάζας $M = 3$ kg είναι συνδεδεμένος στο επάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο έδαφος. Από ύψος $h = 1{,}6$ m πάνω από το κέντρο του δίσκου αφήνεται να πέσει ελεύθερα μικρή σφαίρα μάζας $m = 1$ kg (βλ.σχήμα) η οποία συγκρούεται με τον δίσκο μετωπικά και πλαστικά. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε



α. την ελάττωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος εξ αιτίας της κρούσης.
β. το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης την οποία θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα.
γ. την ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του.
δ. το χρονικό ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση και όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του. Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

[Απ. α. 12 J β. 0,3 m γ. 24,5 J, 0,5 J δ. 10 N, - 30 N, 30 N]

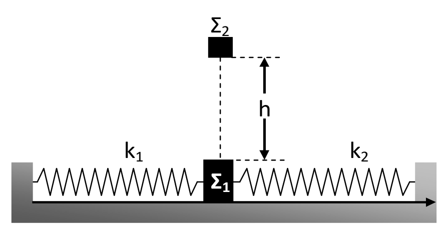
27. Ξύλινος κύβος μάζας Μ ισορροπεί συνδεδεμένος στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οροφή. Ένα βλήμα μάζας m κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα υ_0, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Το βλήμα διαπερνά τον κύβο και εξέρχεται με ταχύτητα $\upsilon = \lambda\upsilon_0$ ($\lambda < 1$). Η διάρκεια κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο είναι αμελητέα. Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει ο κύβος;
β. Το βλήμα σφηνώνεται ακαριαία στο κέντρο μάζας του κύβου. Πόσο είναι στην περίπτωση αυτή το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος;

[**Απ. α.** $A = (1-\lambda)m\upsilon_0\sqrt{\dfrac{1}{kM}}$, **β.** $A = \dfrac{mg}{k}\sqrt{1+\dfrac{k\upsilon_0^2}{(M+m)g^2}}$]

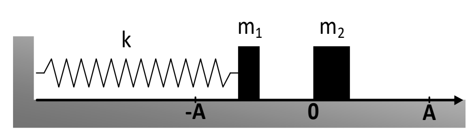
28. Το σώμα $Σ_1$ του σχήματος μάζας $m_1 = 1$ kg μπορεί να εκτελέσει Α.Α.Τ. Τα ελατήρια είναι ιδανικά με σταθερές $k_1 = 150$ N/m και $k_2 = 50$ N/m και το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο. Εκτρέπουμε το $Σ_1$ από την θέση ισορροπίας του στην θέση $A = +\,0{,}24$ m και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Ταυτόχρονα από ύψος h πάνω από την θέση ισορροπίας αφήνεται να πέσει ελεύθερα σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 0{,}44$ kg. Αν $g = 10\ m/s^2$, $\pi^2 = 10$ και η διάρκεια της κρούσης είναι πάρα πολύ μικρή και η αντίσταση του αέρα αμελητέα να βρείτε:



α. Το ύψος h ώστε το σώμα $Σ_2$ να συναντήσει το $Σ_1$ όταν διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του.
β. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος, αν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά στην θέση 0.

[**Απ. α.** $\dfrac{1}{16}$ m , **β.** 0,2 m]

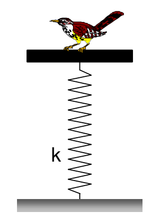
29. Σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1 = 1$ kg είναι συνδεδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400$ N/m και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0{,}1$ m κατά μήκος λείου οριζόντιου επιπέδου. Όταν το σώμα $Σ_1$ διέρχεται από την θέση ισορροπίας του συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 3$ kg. Η κρούση είναι μετωπική και η διάρκειά της είναι αμελητέα. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης



που εκτελείται αν η κρούση είναι:
α. ελαστική, **β.** πλαστική.

[**Απ. α.** 0,05 m, **β.** 0,05 m]

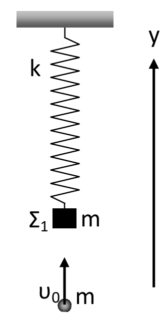
30. Δίσκος μάζας $M = 1$ kg είναι στερεωμένος στο επάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200$ N/m του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στον δίσκο κάθεται ένα πουλί μάζας $m = 0{,}2$ kg και κάποια στιγμή εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα $υ = 2$ m/s. Αν $g = 10$ m/s^2 να βρείτε



α. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος.
β. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.
γ. την μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.
δ. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

[**Απ. α.** 0,4 m/s, **β.** 0,03 m, **γ.** 0,09 J, **δ.** 0,64 J]

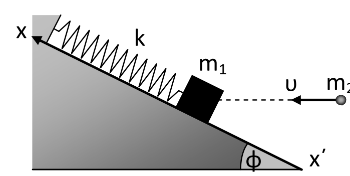
31. Σώμα $Σ_1$ μάζας $m = 1$ kg ισορροπεί συνδεδεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε οροφή. Βλήμα $Σ_2$ ίσης μάζας με το $Σ_1$ κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω και συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = \sqrt{6}\, m/s$, μετωπικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_1$ την χρονική στιγμή $t_0 = 0$.



α. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
β. Μετά πόσο χρόνο από την στιγμή της κρούσης $t_0 = 0$, η ταχύτητα του συσσωματώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά;
γ. Να βρείτε για το χρονικό διάστημα του ερωτήματος **β**, το έργο της δύναμης του ελατηρίου.
δ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος
i) αμέσως μετά την κρούση και **ii)** όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησής του.
Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση y από την θέση ισορροπίας για την ταλάντωση είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου και $g = 10$ m/s^2.

[**Απ. α.** 0,2 m, **β.** $\frac{\pi\sqrt{2}}{30}$ s, **γ.** 0,5 J, **δ. i)** –10 N, **ii)** –20 N, 20 N]

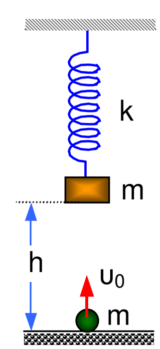
32. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως $φ = 30^o$ εξαρτάται ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100$ N/m και στο κάτω ελεύθερο άκρο του συνδέεται σώμα μάζας $m_1 = 2$ kg. Το σύστημα ισορροπεί επάνω σε κεκλιμένο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m_2 = 2$ kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ = 2$ m/s και συγκρούεται ακαριαία, μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά. Είναι $g = 10$ m/s^2



α. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
β. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου **i)** αμέσως μετά την κρούση, **ii)** όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησής του.

[**Απ. α.** 0,2 m, **β. i)** –10 N, **ii)** –20 N, 20 N]

33. Ένα σώμα μάζας $m = 1$ kg ισορροπεί δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημα ισορροπεί. Το κάτω άκρο του σώματος απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 1{,}8$ m. Από το έδαφος και ακριβώς κάτω από το κρεμασμένο σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα $υ_0 = 10$ m/s δεύτερο σώμα μάζας $m = 1$ kg. Τα δύο σώματα συγκρούονται ελαστικά και κεντρικά. Δίνεται $g = 10$ m/s^2. Να βρεθούν:



α. Η ταχύτητα των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
β. Η περίοδος T και το πλάτος A της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα που είναι δεμένο στο ελατήριο.

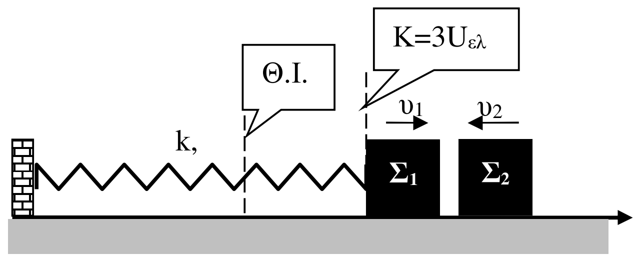
γ. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος που εκτελεί Α.Α.Τ.

34. Σώμα μάζας m είναι δεμένο στην μία άκρη ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους Α = 4 m, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή που βρίσκεται στην θέση $x = \sqrt{3}\,m$ κινούμενο με υ > 0 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας 3m. Να βρεθεί το νέο πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

35. Σώμα μάζας m είναι δεμένο στην μία άκρη ελατήριου σταθεράς k και εκτελεί Α.Α.Τ. σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι x = 0,8·ημ10πt (S.I.). Κάποια χρονική στιγμή που περνά από το κέντρο της ταλάντωσης κινούμενο προς τα θετικά, πέφτει επάνω του κατακόρυφα ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας 3m. Η πλαστελίνη κολλάει επάνω στο σώμα.

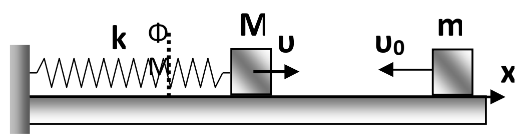
α. Να υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.
β. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.
γ. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης.

36. Σώμα $Σ_1$ μάζας m είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με πλάτος A_1 = 0,2 m και περίοδο $T_1 = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}s$. Όταν το σώμα διέρχεται από την θέση στην οποία η κινητική του ενέργεια είναι τριπλάσια από την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας 3m, το οποίο κινείται αντίρροπα με ταχύτητα $υ_2$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την κρούση εκτελεί αρμονική ταλάντωση με πλάτος A_2 = 0,1 m. Να υπολογίσετε



α. την ταχύτητα του $Σ_2$ λίγο πριν συγκρουστεί με το $Σ_1$.
β. το % ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος, εξαιτίας της κρούσης.

37. Στο σχήμα, το σώμα μάζας Μ = 1 kg εκετελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους 20 cm. Δίνεται k = 900 N/m Κάποια στιγμή ενώ βρίσκεται στην θέση x = + $10\sqrt{3}$ cm και κινείται κατά την θετική κατεύθυνση συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα μάζας m = 3 kg που κινείται αντίθετα με ταχύτητα $υ_0$. Να υπολογίσετε



Α. την περίοδο της αρμονικής ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση.
Β. την ταχύτητα του σώματος μάζας Μ λίγο πριν γίνει η κρούση.
Γ. το μέτρο της ταχύτητας $υ_0$ ώστε η ταλάντωση του συσσωματώματος να έχει
Γ1. πλάτος ταλάντωσης ίσο με αυτό που είχε το σώμα μάζας Μ πριν γίνει η κρούση.
Γ2. το ελάχιστο δυνατό πλάτος.

[Απ. **Α.** $\frac{\pi}{15}$s, $\frac{2\pi}{15}$s, **Β.** 3 m/s, **Γ1.** 3 m/s **Γ2.** 1 m/s]

38. Σώμα μάζας m = 0,5 kg εκτελεί Α.Α.Τ. με σταθερά επαναφοράς D = 200 N/m. Κάποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται στην θέση x = $0{,}1\sqrt{3}$ m και η ταχύτητά του είναι υ = 2 m/s. Να υπολογίσετε:

α. Την γωνιακή συχνότητα των ταλαντώσεων του σώματος.
β. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.
γ. Την μέγιστη τιμή της ταχύτητας του σώματος.
δ. Την χρονική στιγμή t_1 τον λόγο της κινητικής ενέργειας προς την δυναμική ενέργεια του σώματος.

39. Σώμα μάζας m είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 400 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στην θέση $x = -\frac{A}{2}$ και κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 2\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$. Η μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σώμα κατά την ΑΑΤ είναι $F_{max} = 80$ N.

α. Να υπολογίσετε την μάζα του σώματος.

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια του σώματος και τον λόγο της δυναμικής προς την κινητική ενέργεια του σώματος την $t_0 = 0$.

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ΑΑΤ του σώματος.

40. Το πλάτος της ΑΑΤ ενός σώματος είναι Α = 0,4 m. Όταν το σώμα βρίσκεται στην θέση x = 0,2 m η ταχύτητά του είναι $\upsilon = \sqrt{3}$ m/s.

α. Να υπολογιστεί η περίοδος Τ των ταλαντώσεων του σώματος.

β. Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

γ. Ποιες χρονικές στιγμές είναι U = 3K κατά την διάρκεια της 1ης περιόδου;

δ. Να γίνουν σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις της δυναμικής, της κινητικής και της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την θέση x του σώματος αν δίνεται m = 4 kg.

41. Ιδανικό σύστημα μηχανικών ταλαντώσεων αποτελείται από σώμα μάζας m = 2 kg και ιδανικό ελατήριο σταθεράς k = 50 N/m. Δίνουμε στο σύστημα ενέργεια E = 4 J.

α. Να υπολογιστεί η συχνότητα των ταλαντώσεων του σώματος.

β. Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του σώματος.

γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος όταν η δυναμική ενέργεια είναι 3 φορές μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια του σώματος.

δ. Να γίνουν σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις της δυναμικής, της κινητικής και της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητα του σώματος.

42. Σώμα μάζας m = 2 kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m, το επάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d = 0,3 m, ασκώντας κατάλληλη εξωτερική δύναμη $F_{εξ}$ μεταβλητού μέτρου. Κάποια στιγμή αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί ξεκινώντας από την ηρεμία, οπότε αυτό εκτελεί ΑΑΤ γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του.

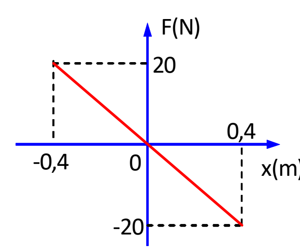
Α. Στη θέση (Γ) μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου, να υπολογίσετε το μέτρο της ασκούμενης εξωτερικής δύναμης.

Β. Να υπολογίσετε το έργο της εξωτερικής δύναμης $F_{εξ}$ κατά την μετακίνηση του σώματος από την θέση (Ο) στην θέση (Γ).

Γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν διέρχεται για 1η φορά από τη θέση Ζ με απομάκρυνση $x_1 = -0,1$ m από την θέση ισορροπίας (Ο).

Θετική φορά θεωρείστε προς τα κάτω και g = 10 m/s^2.

43. Σώμα μάζας m = 2 kg εκτελεί ΑΑΤ. Η δύναμη F που δρα στο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας περιγράφεται από την γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η δύναμη F έχει τιμή F = 0 και το σώμα κινείται προς την θετική ακραία θέση.



α. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

γ. Να γραφεί η εξίσωση και να γίνει το αντίστοιχο κοινό διάγραμμα της κινητικής, της δυναμικής και της ολικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x.

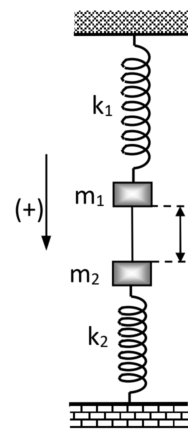
44. Σώμα μάζας m εκτελεί ΑΑΤ. Όταν το σώμα βρίσκεται στην μέγιστη απομάκρυνση το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στο σώμα είναι F = 40 N. Η δυναμική ενέργεια της ΑΑΤ σε κάθε χρονική στιγμή δίνεται από την εξίσωση: $U = 4ημ^2 10t$ (S.I.).

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της ΑΑΤ του σώματος.

β. Να υπολογίσετε την μάζα του σώματος.
γ. Να βρείτε σε ποιες θέσεις στην διάρκεια της πρώτης περιόδου η κινητική ενέργεια είναι K = 1 J.

45. Σώμα μάζας m = 1 kg είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A = 0,2 m. Η περίοδος των ταλαντώσεων είναι T = π/5 s. Να υπολογίσετε:
α. την κυκλική συχνότητα ω, την σταθερά του ελατηρίου k, την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης και την ενέργεια ταλάντωσης E_T.
β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος υ, όταν το σώμα βρίσκεται στην θέση $x = 0{,}1\sqrt{3}\,m$.
γ. τον ρυθμό μεταβολής της απομάκρυνσης την χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{40} s$.
δ. τον ρυθμό μεταβολής της ορμής όταν ισχύει K = 3·U με x > 0 (K η κινητική και U η δυναμική ενέργεια).
ε. ποιες χρονικές στιγμές ισχύει K = 3·U με υ > 0 στη διάρκεια της $1^{ης}$ περιόδου της κίνησης.
στ. τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος όταν το σώμα έχει ταχύτητα $υ = \frac{υ_{max}\sqrt{3}}{2}$.
ζ. τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος, όταν αυτό βρίσκεται στην θέση $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ και κινείται προς την θέση ισορροπίας.

46. Στη διάταξη του διπλανού σχήματος το σώμα $Σ_1$ έχει μάζα $m_1 = 1$ kg και είναι δεμένο στην κάτω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k_1 = 100$ N/m ενώ το σώμα $Σ_2$ έχει μάζα $m_2 = 3$ kg και είναι δεμένο στην πάνω άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k_2. Τα δύο σώματα είναι δεμένα με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους d = 0,2 m. Αρχικά τα σώματα ισορροπούν με το ελατήριο σταθεράς k_2 να έχει το φυσικό του μήκος. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε τα δύο σώματα εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις κατά την διάρκεια των οποίων οι δυναμικές ενέργειες ταλάντωσης των δύο σωμάτων μεγιστοποιούνται ταυτόχρονα.



Α. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης που θα εκτελέσει το $Σ_1$ μετά το κόψιμο του νήματος.
Β. Να υπολογίσετε την σταθερά του ελατηρίου k_2.
Γ. Ποια χρονική στιγμή τα δύο σώματα απέχουν την μέγιστη μεταξύ τους απόσταση; Ποια είναι η μέγιστη αυτή απόσταση;
Δ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο σωμάτων συναρτήσει του χρόνου.
Ε. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του $Σ_1$ την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3\pi}{20} s$.
Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

47. Ένα σώμα Α μάζας M = 3 kg ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ, με ημθ = 0,6 και συνθ = 0,8, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Την στιγμή $t_0 = 0$, αφήνουμε πάνω στο σώμα Α, ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m = 1 kg, το οποίο εμφανίζει με το σώμα Α συντελεστή οριακής στατικής τριβής $μ_s = 1$. Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.
Α. Τι θα συμβεί μόλις αφήσουμε ελεύθερο το Β σώμα;
α. Θα ισορροπήσει.
β. Θα κινηθεί προς τα κάτω, γλιστρώντας πάνω στο Α σώμα, το οποίο παραμένει στην θέση του.
γ. Θα κινηθεί προς τα κάτω, συμπαρασύροντας στην κίνησή του και το Α σώμα.
Β. Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Β.
Γ. Να αποδείξτε ότι το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β, θα εκτελέσει ΑΑΤ, υπολογίζοντας και το πλάτος ταλάντωσής του.
Δ. Θεωρώντας την προς τα επάνω κατεύθυνση ως θετική, να βρεθεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του συστήματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.
Ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της τριβής που ασκείται στο Β σώμα, σε συνάρτηση με τον χρόνο.

48. Σώμα $Σ_1$ μάζας M = 2m είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k. Το σώμα ισορροπεί όταν το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $\Delta\ell = x_0$ από το φυσικό του μήκος. Σώμα $Σ_2$ μάζας m αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h στην κατακόρυφη του ελατηρίου. Το $Σ_2$ συγκρούεται ανελαστικά με το $Σ_1$ <u>χωρίς την δημιουργία συσσωματώματος</u>. Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σώματα κινούνται με κοινή ταχύτητα $υ_κ$ σε επαφή. Το σύστημα των δύο σωμάτων με το ελατήριο εκτελεί ΑΑΤ. Για να μην χάνεται η επαφή του $Σ_2$ με το $Σ_1$ κατά την ΑΑΤ, για το ύψος h πρέπει να ισχύει

α. $h < 6x_0$ **β.** $h < 9x_0$ **γ.** $h < 11x_0$

Ασκήσεις στις Φθίνουσες Ταλαντώσεις

49. Ένα μηχανικό σύστημα τίθεται σε ταλάντωση με πλάτος Α. Εκτός από την δύναμη επαναφοράς ασκείται στο σύστημα δύναμη αντίστασης της μορφής F = – bυ, οπότε σταδιακά το πλάτος των ταλαντώσεων που εκτελεί το σύστημα μειώνεται.

α. Να υπολογιστεί μετά από πόσο χρόνο t_1 από την έναρξη των ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί κατά 50 %.

β. Πόσος χρόνος απαιτείται ώστε το πλάτος να υποδιπλασιαστεί πάλι;

γ. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης την χρονική στιγμή $t_2 = 3 \cdot t_1$ από την έναρξη των ταλαντώσεων.

50. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται εκθετικά από την αρχική του τιμή A_0 σύμφωνα με την εξίσωση $A_κ = A_0 e^{-Λt}$. Αν Τ είναι η περίοδος των ταλαντώσεων του συστήματος να αποδειχθεί ότι :

α. Ο λόγος διαδοχικών πλατών είναι $\frac{A_κ}{A_{κ+1}} = e^{ΛΤ}$ = σταθερός.

β. Ο λόγος διαδοχικών μεγίστων ενεργειών είναι $\frac{E_κ}{E_{κ+1}} = e^{2ΛΤ}$ = σταθερός.

51. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται εκθετικά από την αρχική του τιμή A_0 σύμφωνα με την εξίσωση $A_κ = A_0 e^{-Λt}$. Σε χρονικό διάστημα 10 s το σύστημα πραγματοποιεί 20 πλήρεις ταλαντώσεις και το πλάτος γίνεται $A_κ = A_0/3$. Να υπολογιστούν :

α. Η περίοδος των ταλαντώσεων.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης όταν θα έχουν πραγματοποιηθεί ακόμη 40 πλήρεις ταλαντώσεις.

52. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο. Την χρονική στιγμή t_1 = 2 s το πλάτος της ταλάντωσης είναι το 25 % του αρχικού πλάτους. Την χρονική στιγμή t_2 = 6 s το πλάτος της ταλάντωσης είναι 1 m. Αν δίνεται ln2 = 0,7, να υπολογιστούν :

α. Η τιμή της σταθεράς Λ και το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης την χρονική στιγμή t_3 = 8 s.

53. Στο ένα άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς κ = 100 N/m είναι δεμένο σώμα μάζας m = 1 kg, το οποίο μπορεί να κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατά A_0 = 1 m από την θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο. Λόγω τριβών το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται κατά 10% μετά από κάθε πλήρη ταλάντωση.

α. Ποια είναι η ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή;

β. Πόση ενέργεια αφαιρείται από τον ταλαντωτή μέσω του έργου των τριβών στην διάρκεια της πρώτης περιόδου;

γ. Πόση ενέργεια πρέπει να μεταφερθεί στον ταλαντωτή μέσω του έργου εξωτερικής περιοδικής δύναμης σε χρόνο t = 20π s, ώστε να εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις με συχνότητα f_0;

54. Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης αρμονικού ταλαντωτή μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση $A_κ = A_0 e^{-Λt}$. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι E_0.

α. Μετά πόσο χρόνο t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή θα γίνει $E_1 = \frac{E_0}{2}$;

β. Πόση είναι η ενέργεια του ταλαντωτή την χρονική στιγμή $t_2 = 3t_1$;

[**Απ. α.** $t_1 = \frac{\ln 2}{2Λ}$, **β.** $\frac{E_0}{8}$]

55. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A_κ = A_0 e^{-Λt}$. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι 1 m ενώ την χρονική στιγμή $t_2 = 2T$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,25 m. Αν D = 400 N/m και Τ η περίοδος της ταλάντωσης, να υπολογιστούν :

α. Το πλάτος της ταλάντωσης την χρονική στιγμή $t_1 = T$.

β. Η ενέργεια της ταλάντωσης την χρονική στιγμή $t_1 = T$.

γ. Η απώλεια ενέργειας κατά την πρώτη και κατά την δεύτερη περίοδο.

δ. Το ποσοστό της ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την πρώτη και κατά τη δεύτερη περίοδο.