

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

- [Ημ. Λύκειο 2000] Δίνεται ότι το πλάτος μιας εξαναγκασμένης μηχανικής ταλάντωσης με απόσβεση υπό την επίδραση μιας εξωτερικής περιοδικής δύναμης είναι μέγιστο. Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα της δύναμης αυτής το πλάτος της ταλάντωσης θα
 - διπλασιαστεί.
 - μειωθεί.
 - τετραπλασιαστεί.
 - θα παραμείνει το ίδιο.
- [Ημ. Λύκειο Σεπτ. 2000] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που προκαλείται από δύναμη της μορφής $F = -b \cdot v$, με μικρή σταθερά απόσβεσης,
 - η περίοδος είναι σταθερή.
 - το πλάτος είναι σταθερό.
 - η ενέργεια της ταλάντωσης είναι σταθερή.
 - η κυκλική συχνότητα μειώνεται.
- [Ημ. Λύκειο Σεπτ. 2000] Σύστημα ελατηρίου – μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η μάζα τετραπλασιαστεί, η περίοδος του
 - τετραπλασιάζεται.
 - υποδιπλασιάζεται.
 - μένει σταθερή.
 - διπλασιάζεται.
- [Ημ. Λύκειο 2001] Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε έναν απλό αρμονικό ταλαντωτή, πλάτους A και κυκλικής συχνότητας ω , δίνεται από τη σχέση: $x = A \eta \mu \omega t$. Η εξίσωση της ταχύτητας δίνεται από τη σχέση
 - $v = A \omega \eta \mu \omega t$.
 - $v = -A \omega \eta \mu \omega t$.
 - $v = A \omega \sigma \nu \omega t$.
 - $v = -A \omega \sigma \nu \omega t$.
- [Ημ. Λύκειο 2001] Το πλάτος ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή διπλασιάζεται. Τότε:
 - η ολική ενέργεια διπλασιάζεται
 - η περίοδος παραμένει σταθερή
 - η σταθερά επαναφοράς διπλασιάζεται
 - η μέγιστη ταχύτητα τετραπλασιάζεται.
- [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2001] Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε έναν απλό αρμονικό ταλαντωτή, δίνεται από τη σχέση $x = A \eta \mu(\omega t + \pi)$, όπου A το πλάτος και ω η κυκλική συχνότητα. Η εξίσωση της επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:
 - $a = -A \omega^2 \eta \mu(\omega t + \pi)$
 - $a = A \omega^2 \eta \mu(\omega t + \pi)$
 - $a = -A \omega \eta \mu(\omega t - \pi)$
 - $a = A \omega \eta \mu(\omega t - \pi)$
- [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2001] Το πλάτος ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή διπλασιάζεται. Τότε:
 - η ολική ενέργεια τετραπλασιάζεται
 - η περίοδος διπλασιάζεται
 - η μέγιστη δύναμη επαναφοράς τετραπλασιάζεται
 - η μέγιστη ταχύτητα παραμένει σταθερή.
- [Εσπ. Λύκειο 2002] Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο στις
 - μηχανικές ταλαντώσεις.
 - ηλεκτρικές ταλαντώσεις.
 - εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
 - ελεύθερες ταλαντώσεις.
- [Ημ. Λύκειο 2002] Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20 Hz. Το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι:
 - 10 Hz
 - 20 Hz
 - 30 Hz
 - 40 Hz.
- [Ημ. Λύκειο 2002] Γλυκό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης F . Αν x είναι η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του και D θετική σταθερά, τότε για τη δύναμη ισχύει:
 - $F = D$
 - $F = D \cdot x$
 - $F = -D \cdot x$
 - $F = 0$
- [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ. 2002] Ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας. Τότε
 - η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
 - το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
 - η περίοδος του συστήματος μεταβάλλεται.

- δ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται.
12. [Εσπ. Λύκειο 2003] Ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Όταν διέρχεται από θέση ισορροπίας
- α. η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. β. η επιτάχυνσή του είναι μέγιστη.
 γ. η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν. δ. η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.
13. [Ημ. Λύκειο 2003] Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες (h):
- α. 1 h β. 12 h γ. 24 h δ. 48 h
14. [Ημ. Λύκειο Επαναλ.2003] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα
- α. μένει σταθερό. β. αυξάνεται συνεχώς.
 γ. μειώνεται συνεχώς. δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.
15. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση παραμένει σταθερός. Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της ταλάντωσης
- α. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. β. μειώνεται ανάλογα με το χρόνο.
 γ. παραμένει σταθερό. δ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο.
16. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Η σχέση που συνδέει την περίοδο (T) και τη συχνότητα (f) σε ένα περιοδικό φαινόμενο, είναι
- α. $f^2 = T$. β. $f \cdot T = 1$. γ. $T^2 \cdot f = 1$. δ. $T \cdot f^2 = 1$.
17. [Εσπ. Λύκειο 2004] Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης
- α. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
 β. είναι πάντα μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
 γ. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.
 δ. είναι πάντα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης.
18. [Ημ. Λύκειο 2004] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:
- α. αυξάνεται συνεχώς. β. μειώνεται συνεχώς.
 γ. μένει σταθερό. δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.
19. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:
- α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
 β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
 γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
 δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.
20. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Όταν ένα σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, τότε
- α. η περίοδος μεταβάλλεται.
 β. η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.
 γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση αυξάνεται.
 δ. το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
21. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2004] Σε μία γραμμική αρμονική ταλάντωση διπλασιάζουμε το πλάτος της. Τότε:
- α. η περίοδος διπλασιάζεται. β. η συχνότητα διπλασιάζεται.
 γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. δ. η μέγιστη ταχύτητα διπλασιάζεται.
22. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2004] Ένα σύστημα ελατηρίου – μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A. Αν τετραπλασιάσουμε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυτού του συστήματος, τότε
- α. η συχνότητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
 β. η σταθερά επαναφοράς θα τετραπλασιαστεί.
 γ. το πλάτος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.
 δ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
23. [Ημ. Λύκειο 2005] Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και

δύναμη αντίστασης $F = -bv$, με $b = \text{σταθερό}$ ($b > 0$), το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για $\Lambda > 0$)

α. $A = A_0 - bt$

β. $A = A_0 e^{\Lambda t}$

γ. $A = A_0 e^{-\Lambda t}$

δ. $A = \frac{A_0}{\Lambda t}$

24. [Εσπ. Λύκειο 2005] Σώμα μάζας m που είναι προσδεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k , όταν απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας κατά A , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T . Αν τετραπλασιάσουμε την απομάκρυνση A , η περίοδος της ταλάντωσης γίνεται.

- α. $2T$. β. T . γ. $T/2$. δ. $4T$.

25. [Εσπ. Λύκειο 2005] Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ένα σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα που είναι ίση με

- α. την ιδιοσυχνότητά του. γ. τη διαφορά ιδιοσυχνότητας και συχνότητας διεγέρτη.
β. τη συχνότητα του διεγέρτη. δ. το άθροισμα ιδιοσυχνότητας και συχνότητας διεγέρτη.

26. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2005] Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται

- α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται.
β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται.
γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.
δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

27. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτ. 2005] Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ταχύτητα του σώματος

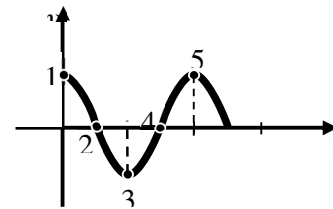
- α. έχει την ίδια φάση με την επιτάχυνση a .
β. είναι μέγιστη στις ακραίες θέσεις.
γ. είναι μέγιστη, κατά μέτρο, στη θέση ισορροπίας.
δ. έχει πάντα αντίθετη φορά από τη δύναμη επαναφοράς.

28. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2005] Μια μάζα κρέμεται από ένα κατακόρυφο ελατήριο και μετατοπίζεται κατά την κατακόρυφη προς τα κάτω, κατά μία απόσταση y από το σημείο ισορροπίας της. Αφού αφηθεί ελεύθερη, εκτελεί μία αρμονική περιοδική κίνηση με περίοδο T . Μετά από χρόνο $5T/4$ η ταχύτητα της μάζας είναι:

- α. μέγιστη και κινείται προς τα πάνω. β. σταθερή
γ. μέγιστη και κινείται προς τα κάτω δ. μηδέν

29. [Εσπ. Λύκειο 2006] Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο. Στην περίπτωση αυτή

- α. στα σημεία 1 και 5 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
β. στα σημεία 2 και 4 το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση.
γ. στα σημεία 4 και 5 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.
δ. στα σημεία 3 και 4 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.



30. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Η συχνότητα ταλάντωσης f ενός συστήματος ελατηρίου – μάζας

- α. είναι ανεξάρτητη από τη σταθερά k του ελατηρίου.
β. είναι ανεξάρτητη από το πλάτος A της ταλάντωσης.
γ. εξαρτάται από την ενέργεια του ταλαντωτή.
δ. είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του ταλαντωτή.

31. [Ημ. Λύκειο 2007] Κατά την φθίνουσα μηχανική ταλάντωση

- α. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
β. η μηχανική ενέργεια διατηρείται.
γ. το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$.
δ. έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον

32. [Εσπ. Λύκειο 2007] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση που η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής $F = -bv$, με b σταθερό,

- α. ο λόγος δύο διαδοχικών πλάτων μειώνεται σε σχέση με το χρόνο.
β. η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται από το πλάτος.
γ. το πλάτος παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.
δ. η περίοδος παραμένει σταθερή σε σχέση με το χρόνο.

33. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2007] Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή t_1 έχει ενέργεια ταλάντωσης E και πλάτος ταλάντωσης A . Τη χρονική στιγμή t_2 που έχει χάσει τα $3/4$ της αρχικής του ενέργειας το πλάτος της ταλάντωσης του είναι
- α. $\frac{A}{4}$. β. $\frac{3A}{4}$ γ. $\frac{A}{2}$. δ. $\frac{A}{3}$.
34. [Ημ. Λύκειο 2008] Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές $f_1 = 5$ Hz και $f_2 = 10$ Hz, το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Θα έχουμε το μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης, όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει την τιμή:
- α. 2 Hz β. 4 Hz γ. 8 Hz δ. 12 Hz
35. [Ημ. Λύκειο 2008] Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα
- α. στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του. β. όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη.
 γ. όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη. δ. όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν.
36. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχουν πάντα την ίδια φορά:
- α. η ταχύτητα και η επιτάχυνση. β. η ταχύτητα και η απομάκρυνση.
 γ. η δύναμη επαναφοράς και η απομάκρυνση. δ. η δύναμη επαναφοράς και η επιτάχυνση.
37. [Εξετάσεις ΑΣΕΠ 2009] Δύο αρμονικές ταλαντώσεις $x(t)$, $y(t)$ περιγράφονται από τις σχέσεις $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$ και $y(t) = y_0 \sin(\omega t + \pi/10)$ όπου $x_0 > 0$, $y_0 > 0$ σταθερές, t είναι ο χρόνος και ω η κυκλική συχνότητα των αρμονικών ταλαντώσεων. Η απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης τους $|\Delta\phi|$ θα είναι:
- α. $\pi/2$ β. $2\pi/5$ γ. $3\pi/5$ δ. $\pi/10$
38. [Ημ. Λύκειο 2009] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο
- α. η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή.
 β. η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.
 γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
 δ. το πλάτος μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο.
39. [Ημ. Λύκειο 2009] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή
- α. έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.
 β. έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο.
 γ. θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης.
 δ. μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες φορές έχουν αντίθετο πρόσημο.
40. [Εσπ. Λύκειο 2009] Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου
- α. αυξάνεται. β. διατηρείται σταθερή. γ. μειώνεται γραμμικά. δ. μειώνεται εκθετικά.
41. [Εσπ. Λύκειο 2009] Η συνολική δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση συνδέεται με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του σώματος με τη σχέση (D θετική σταθερά)
- α. $F = Dx$. β. $F = -Dx^2$. γ. $F = -Dx$. δ. $F = Dx^2$.
42. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Μηχανικό σύστημα έχει ιδιοσυχνότητα ίση με 10 Hz και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το σύστημα απορροφά ενέργεια κατά το βέλτιστο τρόπο, όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι
- α. 1Hz. β. 10Hz. γ. 100Hz. δ. 1000Hz.
43. [Ημ. Λύκειο 2010] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου
- α. η περίοδος μειώνεται. β. η περίοδος είναι σταθερή.
 γ. το πλάτος διατηρείται σταθερό. δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.
44. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Όταν σε μια απλή αρμονική ταλάντωση διπλασιάσουμε το πλάτος της, τότε διπλασιάζεται και η
- α. περίοδος. β. συχνότητα. γ. ολική ενέργεια. δ. μέγιστη ταχύτητα.
45. [Ημ. Λύκειο 2011] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bv$, όπου b θετική σταθερά και v η ταχύτητα του ταλαντωτή,
- α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.

- β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.
 γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
 δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.
46. [Εσπ. Λύκειο 2011] Στην απλή αρμονική ταλάντωση
 α. η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή. β. η ολική ενέργεια μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
 γ. η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. δ. η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.
47. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A. Αν το πλάτος της ταλάντωσης αυτής διπλασιαστεί, τότε διπλασιάζεται
 α. η περίοδος. β. η συχνότητα.
 γ. η ολική ενέργεια της ταλάντωσης. δ. η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
48. [Ημ. + Εσπερ. Λύκειο 2012] Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης
 α. έχουμε πάντα συντονισμό
 β. η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης
 γ. για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό
 δ. η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.
49. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2012] Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή $F_{αντ} = -bv$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1 . Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2 > b_1$. Τότε:
 α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.
 β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.
 γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.
 δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.
50. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Σε μία εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση, για ορισμένη τιμή της συχνότητας του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης
 α. παραμένει σταθερό. β. μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
 γ. αυξάνεται εκθετικά με το χρόνο. δ. μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.
51. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2013] Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι
 α. οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές.
 β. η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -b \cdot v^2$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και v η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.
 γ. η περίοδος T της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης b .
 δ. η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -b \cdot v$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και v η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.
52. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2013] Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση $v = A\omega \mu \omega t$. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση
 α. $x = A\eta \mu \omega t$. β. $x = A \sigma \nu \omega t$. γ. $x = A\eta \mu(\omega t + \pi)$. δ. $x = A\eta \mu(\omega t + \frac{3\pi}{2})$.
53. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2013] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής $F = -b \cdot v$, όπου b θετική σταθερά και v η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι
 α. θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση.
 β. πάντα αρνητικό.
 γ. πάντα θετικό.
 δ. μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση.
54. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2013] Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A. Στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης
 α. η κινητική ενέργεια του σώματος γίνεται μέγιστη.

- β. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μηδενίζεται.
- γ. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς γίνεται μέγιστο.
- δ. η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται.

- 55.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2014] Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F . Το πηλίκο $\frac{F}{m}$
- α. παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο.
 - β. μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο.
 - γ. αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο.
 - δ. γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.
- 56.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2015] Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης
- α. είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη.
 - β. είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
 - γ. εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης.
 - δ. είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή.
- 57.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2016] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο
- α. η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b .
 - β. όταν η σταθερά απόσβεσης b μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα.
 - γ. η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
 - δ. η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.
- 58.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2016 (παλαιού τύπου)] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης
- α. θα μένει σταθερό.
 - β. θα αυξάνεται συνεχώς.
 - γ. θα μειώνεται συνεχώς.
 - δ. αρχικά θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται.
- 59.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2016] Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,
- α. εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.
 - β. μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης.
 - γ. έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $\text{kg}\cdot\text{s}$.
 - δ. εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.
- 60.** [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2016 (παλαιού τύπου)] Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση $x = A\eta\mu\omega t$, τότε η τιμή της δύναμης επαναφοράς δίνεται από τη σχέση
- α. $F = -m\omega^2 A\sigma\upsilon\nu\omega t$.
 - β. $F = m\omega^2 A\eta\mu\omega t$.
 - γ. $F = -m\omega^2 A\eta\mu\omega t$.
 - δ. $F = m\omega^2 A\sigma\upsilon\nu\omega t$.
- 61.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2017] Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει:
- α. $f_0 < f_1$
 - β. $f_0 > f_2$
 - γ. $f_1 < f_0 < f_2$
 - δ. $f_1 = f_0$.
- 62.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2018] Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα f του διεγέρτη να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης του ταλαντωτή
- α. παραμένει σταθερό
 - β. αυξάνεται αρχικά και μετά ελαττώνεται
 - γ. ελαττώνεται αρχικά και μετά αυξάνεται
 - δ. ελαττώνεται.
- 63.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2018] Ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F = -b\cdot u$). Η ενέργεια της ταλάντωσης την χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με E και το πλάτος της ίσο με A . Αν μετά από χρόνο t η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $\frac{E}{4}$ τότε το νέο πλάτος της ταλάντωσης θα είναι ίσο με

α. $\frac{A}{4}$

β. $\frac{A}{2}$

γ. $\frac{3A}{4}$

δ. A.

64. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2019] Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη αντίστασης στην κίνηση της μορφής $F = -bu$, όπου u η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος. Η σταθερά απόσβεσης b στο διεθνές σύστημα μονάδων μέτρησης (S.I.) μετριέται σε

α. kg/s

β. kg/s²

γ. kg·m/s

δ. kg·m/s².

65. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2020 (Παλαιό)] Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σώματος μάζας

m με ιδανικό ελατήριο σταθεράς k , δίνεται από τη σχέση : $x = A\eta\mu\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t + \phi_0\right)$ όπου A το σταθερό πλάτος. Η

παραπάνω ταλάντωση είναι

α. φθίνουσα.

β. ελεύθερη.

γ. εξαναγκασμένη σε συντονισμό.

δ. εξαναγκασμένη αλλά όχι σε συντονισμό.

66. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. και Ελλήνων Εξωτερικού 2021] Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0e^{-\lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό

β. η περίοδος T της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b

γ. η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης

δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.

67. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2022] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν ο ταλαντωτής κινείται προς την θέση ισορροπίας:

α. η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή αυξάνεται.

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του ταλαντωτή μειώνεται.

γ. το μέτρο της ταχύτητας του ταλαντωτή μειώνεται.

δ. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή αυξάνεται.

68. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2023] Ένα σύστημα ελατηρίου – σώματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα ταλάντωσης θα μεταβληθεί, εάν μεταβάλλουμε

α. την σταθερά απόσβεσης b .

β. την συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης.

γ. την σταθερά του ελατηρίου.

δ. την μάζα του σώματος.

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

1. [Εσπ. Λύκειο Μάι 2002] Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα που αναφέρεται στην απλή αρμονική ταλάντωση και να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα μέτρα των φυσικών μεγεθών.

X (απομάκρυνση)	U (δυναμική ενέργεια)	K (κινητική ενέργεια)
0		
x_1	6 J	
x_2	5 J	4 J
A		

ΣΩΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

1. [Εσπ. Λύκειο 2003] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, κατά το συντονισμό, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη.

2. [Ημ. Λύκειο 2004] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό με το χρόνο.

3. [Ημ. Λύκειο 2005] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η

σταθερά απόσβεσης b .

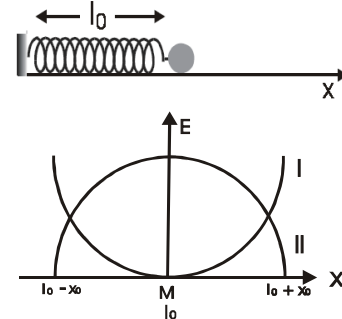
4. [Ημ. Λύκειο 2005] Κατά τον συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.
5. [Ημ. Λύκειο 2006] Η σταθερά απόσβεσης b σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.
6. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη.
7. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Η περίοδος φθίνουσας ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, διατηρείται σταθερή.
8. [Ημ. Λύκειο Μά 2007] Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου είναι μεγέθη αντίστροφα.
9. [Εσπ. Λύκειο Μά 2007] Τα κτήρια κατά τη διάρκεια ενός σεισμού εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση.
10. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2007] Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση είναι πάντα θετικό.
11. [Εσπ. Λύκειο Μά. 2008] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του ταλαντούμενου συστήματος είναι διαφορετική από αυτή του διεγέρτη.
12. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
13. [Ημ. Λύκειο 2009] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με τη συχνότητα του διεγέρτη.
14. [Εσπ. Λύκειο 2009] Το πλάτος σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση είναι ανεξάρτητο από τη συχνότητα του διεγέρτη.
15. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της παραμένει σταθερό.
16. [Ημ. Λύκειο 2010] Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
17. [Εσπ. Λύκειο 2010] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η ταχύτητά του είναι μηδέν.
18. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό.
19. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
20. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Το φαινόμενο του συντονισμού συμβαίνει στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.
21. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Η ενέργεια ταλάντωσης στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.
22. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.
23. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Όλες οι ταλαντώσεις στο μακρόκοσμο είναι φθίνουσες.
24. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, στην οποία η δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής $F' = -bv$, η σταθερά απόσβεσης b είναι ανεξάρτητη από το σχήμα και τις διαστάσεις του αντικειμένου που κινείται.
25. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2013] Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς.
26. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2013] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πάντα ίδια με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.
27. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2014] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.
28. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2014] Στη φθίνουσα ταλάντωση, το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό.
29. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2015] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F = -bv$), για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b η περίοδος μειώνεται.
30. [Εσπερ. Λύκειο 2015] Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η περίοδος εξαρτάται από το πλάτος ταλάντωσης.

31. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2015] Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση που βρίσκεται σε συντονισμό, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν διπλασιαστεί η συχνότητα του διεγέρτη .
32. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2015] Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b , η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει σταθερή με τον χρόνο.
33. [Εσπερ. Λύκειο 2016] Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννύμενων ταλαντώσεων.
34. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2016 (παλαιού τύπου)] Όταν τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή της σταθεράς απόσβεσης ελαττώνεται.
35. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2016] Κατά τον συντονισμό η ενέργεια του διεγέρτη μεταφέρεται στο ταλαντούμενο σύστημα, κατά τον βέλτιστο τρόπο.
36. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2017] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
37. [Εσπερ. Λύκειο 2017] Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση αν η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x=5\cdot\eta\mu 2t$ (S.I.), τότε η εξίσωση της ταχύτητας είναι $v=5\cdot\sigma\upsilon\nu 2t$ (S.I.).
38. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2017] Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
39. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2017] Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο.
40. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2018] Κατά την εκδήλωση σεισμικής δόνησης το έδαφος λειτουργεί ως διεγέρτης για τα κτίρια. Όταν η συχνότητα του σεισμικού κύματος γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα ενός κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου μεγιστοποιείται.
41. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2018] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με μικρή σταθερά απόσβεσης b , όταν η σταθερά απόσβεσης αυξηθεί λίγο, ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης ελαττώνεται.
42. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2018] Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η ενέργεια του ταλαντωτή παραμένει σταθερή.
43. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2019] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη και τη σταθερά απόσβεσης b .
44. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2019] Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, όταν το ταλαντούμενο σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.
45. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2019] Με το σύστημα ανάρτησης των αυτοκινήτων (αμορτισέρ), επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης των ταλαντώσεων.
46. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2020 (παλαιό)] Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης (b).
47. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. και Ελλήνων Εξωτερικού Νέο και Παλαιό 2020] Σε μία φθίνουσα ταλάντωση η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται.
48. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. και Ελλήνων Εξωτερικού Νέο και Παλαιό 2020] Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ο διεγέρτης αφαιρεί συνεχώς ενέργεια από το σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης.
49. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. και Ελλήνων Εξωτερικού 2021] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση κατά τον συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται από τον διεγέρτη στο ταλαντούμενο σύστημα κατά τον βέλτιστο τρόπο.
50. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2022] Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης b , το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης στην περιοχή συντονισμού εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς b .
51. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. και Ελλήνων Εξωτερικού 2022] Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με απόσβεση, στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης b .
52. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2023] Καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται, η σταθερά απόσβεσης b ελαττώνεται και όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, η ταλάντωση του αυτοκινήτου διαρκεί περισσότερο.

ΘΕΜΑ Β

1. [Ημ. Λύκειο 2000] Σύστημα ελατηρίου – μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος A και εξίσωση απομάκρυνσης $x = A \eta\mu\omega t$. Σε ποιες απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή είναι ίση με τη δυναμική ενέργειά του; Να εκφραστούν οι απομακρύνσεις σαν συνάρτηση του A . **Μονάδες 10**

2. [Ημ. Λύκειο 2001] Στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με φυσικό μήκος l_0 και σταθερά ελατηρίου k είναι συνδεδεμένο σώμα μάζας m , όπως δείχνει το σχήμα.



- α. Ποια από τις καμπύλες I και II του παρακάτω διαγράμματος αντιστοιχεί στη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου και ποια στην κινητική ενέργεια του σώματος;

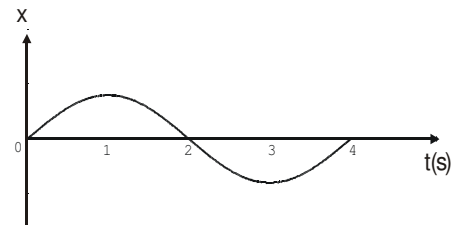
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

- β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ολικής ενέργειας, αφού μεταφέρετε το παραπάνω διάγραμμα στο τετράδιό σας.

Μονάδες 6

3. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2001] Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης x σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, σε συνάρτηση με το χρόνο t .



- α. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

Μονάδες 4

- β. Σε ποιες χρονικές στιγμές η ταχύτητα του σώματος θα είναι μηδέν;

Μονάδες 4

4. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2002] Δύο απλοί αρμονικοί ταλαντωτές A και B που εκτελούν αμείωτες αρμονικές ταλαντώσεις του ίδιου πλάτους, έχουν σταθερές επαναφοράς D_A και D_B αντίστοιχα, με $D_A > D_B$. Ποιος έχει μεγαλύτερη ολική ενέργεια;

- α. Ο ταλαντωτής A β. Ο ταλαντωτής B

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

5. [Εσπ. Λύκειο 2003] Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς K και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα m του σώματος, ενώ η συχνότητα του διεγέρτη παραμένει σταθερή, τότε:

- A. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος

- α. γίνεται $\frac{f_0}{2}$.

- β. γίνεται $2f_0$.

- γ. παραμένει σταθερή.

Μονάδες 3

- B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο A.

Μονάδες 5

- Γ. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

- α. αυξάνεται.

- β. ελαττώνεται.

- γ. παραμένει σταθερό.

Μονάδες 3

- Δ. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας στο Γ.

Μονάδες 6

6. [Ημ. Λύκειο 2003] Σώμα μάζας m εκτελεί γραμμική απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση $x = A \eta\mu\omega t$, όπου A το πλάτος της ταλάντωσης και ω η γωνιακή συχνότητα. Να αποδείξετε ότι η συνολική δύναμη, που δέχεται το σώμα σε τυχαία θέση της τροχιάς του, δίνεται από τη σχέση $F = -m\omega^2 x$. **Μονάδες 6**

7. [Ημερ. Λύκειο 2004] Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $k_1 = \frac{k_2}{2}$. Απομακρύνουμε τα σώματα

Σ_1 και Σ_2 από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και $2x$ αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

- α. ταυτόχρονα.

- β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_1 .

- γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_2 .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

8. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1 . Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει f_2 , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι A_1 . Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη να είναι:

α. $f > f_2$ β. $f < f_1$. γ. $f_1 < f < f_2$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

9. [Ημ. Λύκειο 2005] Σώμα μάζας M έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση α από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς $k' = 4k$. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Μονάδες 6

10. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει ενέργεια E_0 και πλάτος ταλάντωσης A_0 . Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή t , που το πλάτος της ταλάντωσης του έχει μειωθεί στο $1/4$ της αρχικής του τιμής, είναι

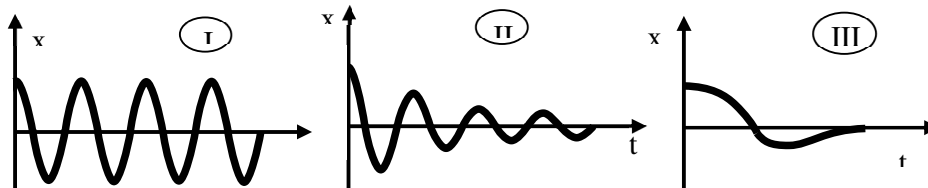
α. $\frac{E_0}{16}$. β. $\frac{E_0}{4}$. γ. $\frac{15E_0}{16}$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

11. [Εσπ. Λύκειο 2006] Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν την ταλάντωση που εκτελούν τα συστήματα ανάρτησης τριών αυτοκινήτων που κινούνται με την ίδια ταχύτητα όταν συναντούν το ίδιο εξόγκωμα στο δρόμο.



A. Το αυτοκίνητο του οποίου το σύστημα ανάρτησης λειτουργεί καλύτερα είναι το

α. I. β. II. γ. III.

Μονάδες 3

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

12. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2007] Στα κάτω άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων A και B των οποίων τα άλλα άκρα είναι ακλόνητα στερεωμένα, ισορροπούν δύο σώματα με ίσες μάζες. Απομακρύνουμε και τα δύο σώματα προς τα κάτω κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, ώστε αυτά να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η σταθερά του ελατηρίου A είναι τετραπλάσια από τη σταθερά του ελατηρίου B, ποιος είναι τότε ο λόγος

των μέγιστων ταχυτήτων $\frac{U_{A,max}}{U_{B,max}}$ των δύο σωμάτων;

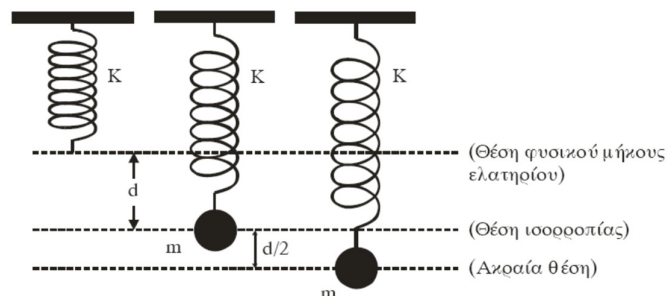
α. $\frac{1}{2}$ β. 1 γ. 2

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

13. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2008] Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K , η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $d/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι d . Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι



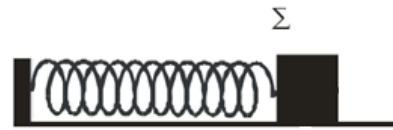
α. $\frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} = \frac{1}{3}$. β. $\frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} = 3$. γ. $\frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} = 2$

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

14. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2008] Το σώμα Σ₁ του σχήματος είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα Σ₁ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του Σ₁ είναι α_{1max}. Το σώμα Σ₁ αντικαθίσταται από άλλο σώμα Σ₂ διπλάσιας μάζας, το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους Α. Για το μέτρο α_{2max} της μέγιστης επιτάχυνσης του Σ₂, ισχύει:



α. $\alpha_{2max} = \frac{\alpha_{1max}}{2}$. β. $\alpha_{2max} = \alpha_{1max}$. γ. $\alpha_{2max} = 2\alpha_{1max}$.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

15. [Ημερ. Λύκειο 2009] Γλυκό σημείο Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και κυκλικής συχνότητας ω. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι υ_ο και του μέτρου της επιτάχυνσής του είναι α_ο. Αν x, υ, α είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του Σ αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

α. $υ^2 = \omega(A^2 - x^2)$. β. $x^2 = \omega^2(\alpha_o^2 - \alpha^2)$. γ. $\alpha^2 = \omega^2(\alpha_o^2 - \alpha^2)$.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

16. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ ισορροπεί σώμα μάζας m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η εκτροπή ήταν μεγαλύτερη, τότε ο χρόνος μιας πλήρους αρμονικής ταλάντωσης του σώματος θα ήταν

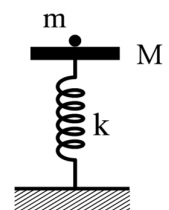
α. μεγαλύτερος, β. μικρότερος, γ. ίδιος και στις δύο περιπτώσεις.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

Μονάδες 5

17. [Ημερ. Λύκειο 2010] Δίσκος μάζας Μ είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k, και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:



α. $\frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}$. β. $\frac{1}{2} \frac{M^2 g^2}{k}$. γ. $\frac{1}{2} \frac{(m+M)^2}{k} g^2$.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

18. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Από δύο ελατήρια Α και Β είναι εξαρτημένα δύο σώματα της ίδιας μάζας, τα οποία εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση. Το ελατήριο Α έχει σταθερά επαναφοράς μεγαλύτερη από αυτήν του Β. Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος στο Α είναι

α. μεγαλύτερη από αυτήν στο Β. β. μικρότερη από αυτήν στο Β. γ. ίση με αυτήν στο Β.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

19. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2010] Τα δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ με μάζες m και 2m αντίστοιχα είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές Κ και $\frac{K}{2}$,



όπως φαίνεται στο σχήμα, και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες ενέργειες ταλάντωσης. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Το πλάτος ταλάντωσης Α₁ του σώματος Σ₁ είναι

α. μικρότερο, β. ίσο, γ. μεγαλύτερο από το πλάτος ταλάντωσης Α₂ του σώματος Σ₂.

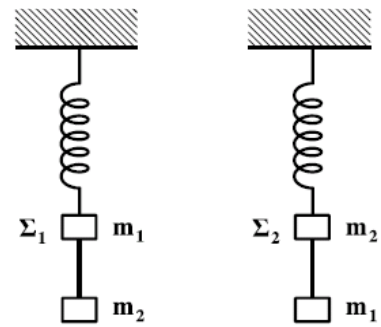
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή φράση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

20. [Ημερ. Λύκειο 2011] Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 , τότε:



α. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$ β. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$ γ. $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 6

21. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2011] Σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σταθερού πλάτους. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι f_0 και η περίοδος του διεγέρτη είναι T_1 όπου $T_1 > \frac{1}{f_0}$. Αν η περίοδος του

διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

α. μικραίνει. β. παραμένει το ίδιο. γ. μεγαλώνει.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή φράση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

22. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2013] Απλός αρμονικός ταλαντωτής, ελατήριο-μάζα, με σταθερά ελατηρίου $k = 100 \text{ N/m}$ και μάζα $m = 1 \text{ kg}$ εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη $f = \frac{8}{\pi} \text{ Hz}$. Αν η συ-

χνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

α. μειώνεται. β. αυξάνεται. γ. μένει σταθερό.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

23. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2013] Ταλαντωτής που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση έχει τη χρονική στιγμή $t = 0$ ενέργεια E_0 και πλάτος A_0 . Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του ταλαντωτή έχει ελαττωθεί κατά $\frac{15}{16} E_0$. Τη

χρονική στιγμή t_1 το πλάτος A της ταλάντωσης είναι:

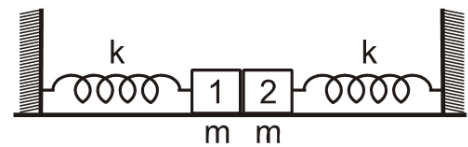
α. $\frac{A_0}{2}$ β. $\frac{A_0}{4}$ γ. $\frac{A_0}{16}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

24. [Ημερ. Λύκειο 2014] Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2

το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι

α. 1. β. $\frac{1}{2}$ γ. 2.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

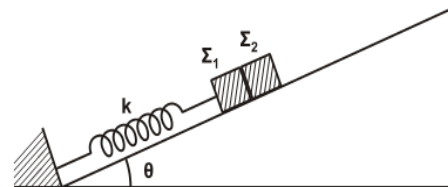
Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

25. [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο 2015] Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου

σταθεράς k , ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους A . Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:



Σχήμα 2

- i. $A \cdot k < (m_1 + m_2)g\eta\mu\theta$.
- ii. $A \cdot k > (m_1 + m_2)g\eta\mu\theta$.
- iii. $A \cdot k > (m_1 + m_2)^2g\eta\mu\theta$.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 7

26. [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο 2017] Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα m . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

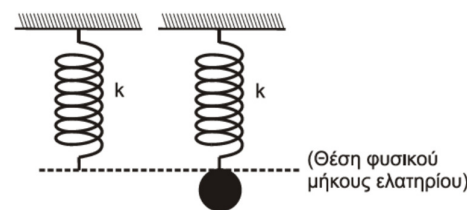
Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με:

- i. $\frac{m^2g^2}{k}$
- ii. $\frac{2m^2g^2}{k}$
- iii. $\frac{m^2g^2}{2k}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 7



Σχήμα 1

27. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. & Ελλήνων Εξωτερικού 2018] Δύο ιδανικά ελατήρια A και B με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία (Σχήμα 3). Στα κάτω άκρα των ελατηρίων A και B είναι δεμένα και ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Στην κατάσταση αυτή το ελατήριο A έχει διπλάσια επιμήκυνση από το ελατήριο B. Εκτρέπουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κατακόρυφα μέχρις ότου τα ελατήρια αποκτήσουν το φυσικό τους μήκος και τα αφήνουμε ελεύθερα. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και $E_2 = 2E_1$ αντίστοιχα.

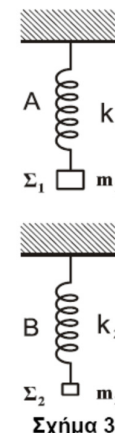
Ο λόγος των σταθερών k_1 και k_2 των δύο ελατηρίων A και B είναι ίσος με:

- α. $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4}$
- β. $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$
- γ. $\frac{k_1}{k_2} = 8$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 6



Σχήμα 3

28. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2020 (Παλαιό)] Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την θέση μέγιστης απομάκρυνσης. Αν Δt_1 είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από την θέση ισορροπίας ($x = 0$) μέχρι την θέση $x_1 = +\frac{A}{2}$ και Δt_2 είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από την θέση $x_1 = +\frac{A}{2}$

έως την θέση $x_2 = +A$, τότε ο λόγος $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$ είναι ίσος με:

- i) 1
- ii) 2
- iii) $\frac{1}{2}$.

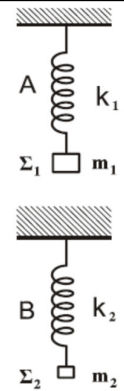
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 6

29. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2020 (Παλαιό)] Ίδια εκφώνηση με τα Επαναλ Παλαιού με ερωτήματα
- i) $\Delta t_1 > \Delta t_2$
 - ii) $\Delta t_1 < \Delta t_2$
 - iii) $\Delta t_1 = \Delta t_2$

30. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2020] Δύο ίδια ιδανικά ελατήρια A και B σταθεράς k έχουν το πάνω άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο κάτω άκρο των ελατηρίων A και B είναι δεμένα και ισορροπούν δύο σώματα Σ₁ και Σ₂, μάζας m₁ και m₂ = 4m₁ (Σχήμα). Απομακρύνουμε τα δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή (t₀ = 0). Το σώμα Σ₁ διέρχεται για πρώτη φορά από την αρχική θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t₁ και το σώμα Σ₂ διέρχεται για πρώτη φορά από την αρχική θέση ισορροπίας του την χρονική στιγμή t₂. Για τις χρονικές στιγμές t₁ και t₂ ισχύει ότι:

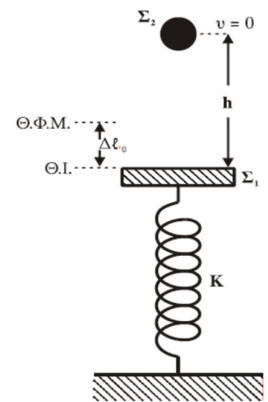


- i. t₂ = 4t₁ ii. t₂ = $\frac{t_1}{4}$ iii. t₂ = 2t₁

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2
Μονάδες 6

31. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2021] Σώμα Σ₁ μάζας m₁ ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά Δℓ₀ σε σχέση με το φυσικό του μήκος όπως φαίνεται στο **σχήμα 4**. Από ύψος h = 3Δℓ₀ πάνω από το Σ₁ στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ₂ μάζας m₂ = m₁, το οποίο συγκρούεται ακαριαία με το Σ₁ κεντρικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αμέσως μετά την κρούση εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k και πλάτος A. Το πλάτος A της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι ίσο με:

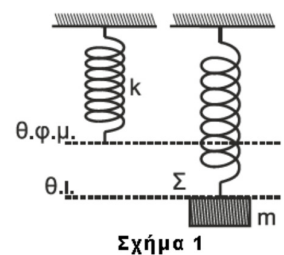


- i) $\frac{2mg}{k}$ ii) $\frac{3mg}{k}$ iii) $\frac{4mg}{k}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2
Μονάδες 7

32. [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο 2022] Σώμα Σ μικρών διαστάσεων και μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο (**Σχήμα 1**). Εκτελούμε δύο πειράματα: Πείραμα 1



Μετακινούμε το σώμα Σ στην θέση φυσικού μήκους (θ.φ.μ.) του ελατηρίου, το αφήνουμε ελεύθερο και αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k και πλάτος A₁.

Πείραμα 2

Στην αρχική θέση ισορροπίας (θ.ι.) του σώματος Σ ασκείται σε αυτό, συνεχώς, κατακόρυφη δύναμη \vec{F} μέτρου F = mg με φορά προς τα επάνω και τότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k και πλάτος A₂.

Για τα πλάτη A₁ και A₂ των παραπάνω πειραμάτων, ισχύει:

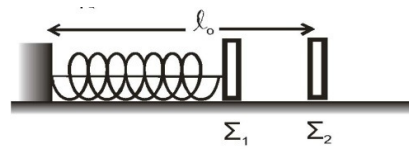
- i. A₁ = A₂ ii. A₁ = $\frac{1}{2}$ A₂ iii. A₁ = 2A₂

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2
Μονάδες 6

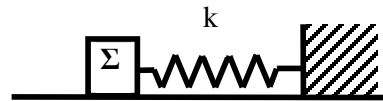
ΘΕΜΑ Γ

1. [Ημερ. Λύκειο Μά 2006] Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες $m_1 = 1 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$ αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $0,2\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ_2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του ελατηρίου. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ_1 κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε
- α. την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2 . **Μονάδες 6**
 - β. τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**
 - γ. την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 , μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο. **Μονάδες 6**
 - δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 όταν το σώμα Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά. **Μονάδες 7**



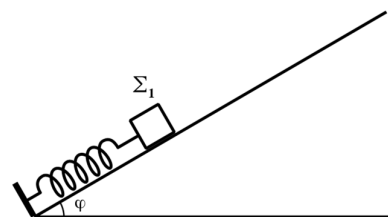
Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ_1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k . Δίνεται $\pi = 3,14$.

2. [Εσπ. Λύκειο 2006] Το σώμα Σ του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 900 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T = (\pi/15) \text{ s}$. Το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $u = 6 \text{ m/s}$ κινούμενο προς τα δεξιά. Να βρείτε:
- A. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος. **Μονάδες 5**
 - B. Τη μάζα του σώματος. **Μονάδες 5**
 - Γ. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως $(2\pi/15) \text{ s}$. **Μονάδες 8**
 - Δ. Για ποιες απομακρύνσεις ισχύει $K = 3U$, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος. **Μονάδες 7**



3. [Εσπ. Λύκειο 2007] Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας $m_1 = 1,44 \text{ kg}$, ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθετα ένα πουλί μάζας m_2 και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι $0,4\pi \text{ m/s}$ και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε $0,5 \text{ s}$. Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα $2,5\pi \text{ rad/s}$. Να βρείτε:
- A. Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης. **Μονάδες 6**
 - B. Τη σταθερά του ελατηρίου. **Μονάδες 6**
 - Γ. Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης. **Μονάδες 6**
 - Δ. Τη μάζα του πουλιού. **Μονάδες 7**

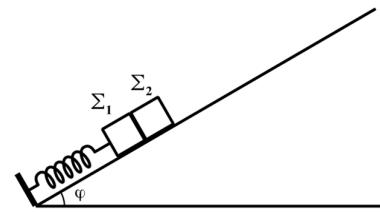
4. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ 2010] Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\phi = 30^\circ$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.
- Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **Μονάδες 5**



Γ2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ₁.

Μονάδες 5

Μετακινούμε το σώμα Σ₁ προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell = 0,3 \text{ m}$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ₂ μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ₁, και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.



Γ3. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ₂ κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

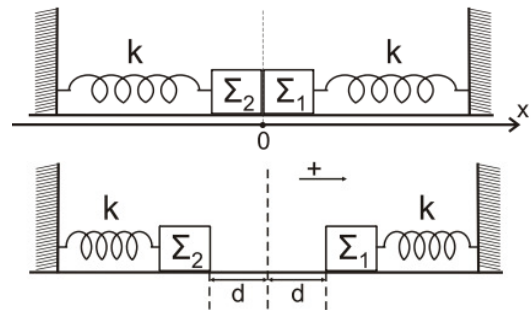
Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

Μονάδες 9

Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $g = 10\text{m/s}^2$.

5. [Ημερ. + Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2014] Τα σώματα Σ₁ και Σ₂, του σχήματος 1, με μάζες $m_1 = 1 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη. Μετακινούμε τα σώματα Σ₁ και Σ₂ έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d = 0,2 \text{ m}$ το καθένα (σχήμα) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.



Γ1. Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ₁ και Σ₂ συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ₂ προς Σ₁ και ως $x = 0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 1.

Μονάδες 6

Γ2. Τα σώματα Σ₁ και Σ₂ κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση $x = -\frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

Μονάδες 6

Γ3. Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

6. [Εξετάσεις Ομογενών 2014] Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής, είναι δεμένο σώμα Σ μάζας $m = 1 \text{ kg}$. Το ελατήριο είναι ιδανικό και έχει σταθερά $k = 100 \text{ N/m}$. Το σώμα ισορροπεί με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος το οποίο ασκεί δύναμη $F = 20 \text{ N}$ στο σώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

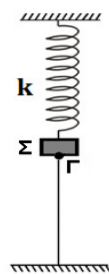
Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Μονάδες 5

Την χρονική στιγμή t_0 κόβεται το νήμα στο σημείο Γ.

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Μονάδες 6



Γ3. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο. Θετική φορά θεωρείται η φορά του βάρους.

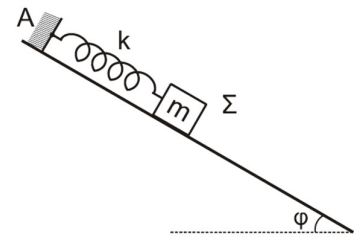
Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $4/5$ της ολικής ενέργειας ταλάντωσης.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$.

7. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2015] Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στο ανώτερο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου στερεώνουμε το άνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$, που ισορροπεί. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω (προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) κατά $d = 0,1 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και μετά το αφήνουμε ελεύθερο.



Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Γ2. Σε ποιες τιμές της απομάκρυνσης του ταλαντωτή ο λόγος της κινητικής ενέργειας K του σώματος προς την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης είναι $K/E = 1/4$;

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου $F_{ελ}$ προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς $F_{επ}$ στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 6

Γ4. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς τα επάνω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που για πρώτη φορά το σώμα περνά από τη θέση που το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Θεωρήστε θετική φορά απομάκρυνσης την προς τα επάνω.

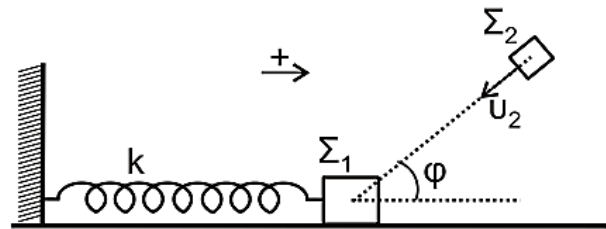
Μονάδες 7

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και $\eta\mu 30^\circ = \eta\mu\pi/6 = 1/2$.

8. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2016 (νέο)] Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A = 0,4 \text{ m}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1

έχει απομάκρυνση $x_1 = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$ κινούμενο κατά τη θε-

τική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $u_2 = 8 \text{ m/s}$ σε διεύθυνση που σχηματίζει



γωνία ϕ (όπου $\sin\phi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύ-

πτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση (μονάδες 3) και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη κρούση (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

Μονάδες 6

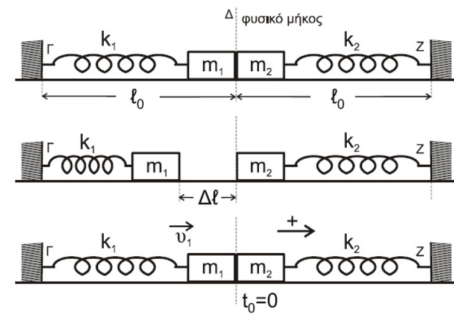
Να θεωρήσετε ότι:

- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
- η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

9. [Εσπ. Λύκειο 2018] Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος με σταθερές k_1 και k_2 ($k_1 = k_2 = k = 50 \text{ N/m}$) έχουν το ένα άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο (Γ και Z , αντίστοιχα). Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα σώματα m_1 και m_2 με $m_1 = m_2 = 2 \text{ kg}$.

Τα δύο σώματα αρχικά εφάπτονται μεταξύ τους και είναι ακίνητα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι άξονές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Εκτρέπουμε το σώμα m_1 από την θέση ισορροπίας, συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 κατά $\Delta\ell = 0,4 \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Την στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από την θέση ισορροπίας του συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2 .



- G1. Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 9

- G2. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο, θεωρώντας ως $t = 0$ την στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

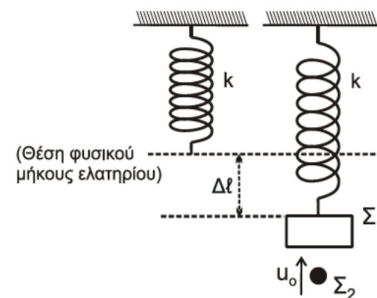
Μονάδες 7

- G3. Να υπολογίσετε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την διάρκεια της ταλάντωσής του.

Μονάδες 9

Να θεωρήσετε αμελητέες τις τριβές, την αντίσταση του αέρα και τον χρόνο κρούσης.

10. [Ημερ. Λύκειο 2019] Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου αναρτάται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ και, όταν το σώμα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta\ell = 0,05 \text{ m}$. Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται πλαστικά με ταχύτητα μέτρου u_0 με το σώμα Σ_1 (Σχήμα 6). Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης $D = k$ και φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.



Σχήμα 6

- G1. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου (μονάδες 2) και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα (μονάδες 4).

Μονάδες 6

- G2. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.

Μονάδες 7

- G3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση (μονάδες 4) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).

Μονάδες 6

- G4. Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε :

- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- ότι κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας
- ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. [Εσπ. Λύκειο 2019] Ακριβώς ίδια εκφώνηση και συνθήκες με τα Ημερήσια. Τα ερωτήματα έχουν ως εξής:

Γ1. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου (μονάδες 2) και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_0 του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.

Μονάδες 6

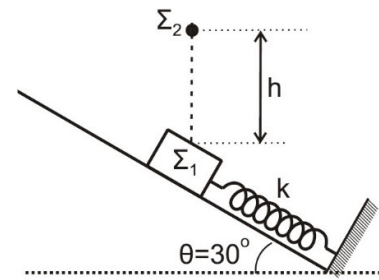
Γ3. Να υπολογίσετε την απώλεια μηχανικής ενέργειας των δύο μαζών εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

Μονάδες 6

Γ4. Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 7

12. [Ημερ. Λύκειο 2020 (παλαιό)] Στο σχήμα, σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων, μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Από ύψος $h = 0,6 \text{ m}$ πάνω από το Σ_1 αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αρχίζει να κινείται την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.



Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά, την φορά από την βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν η κινητική ενέργεια K του συσσωματώματος είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωση U ($K = 8U$) για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

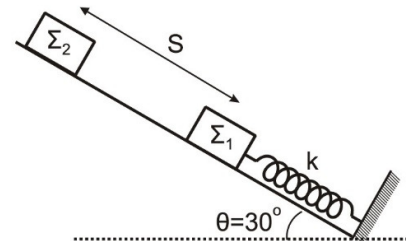
Να θεωρήσετε ότι:

- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \eta\mu \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

13. [Εσπερ. Λύκειο 2020 (παλαιό)] Στο σχήμα, σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων, μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta = 30^\circ$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Από απόσταση $s = 0,3 \text{ m}$ πάνω από το Σ_1 αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$ το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.



Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά, την φορά από την βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης $F_{\text{ελατηρίουmax}}$, που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

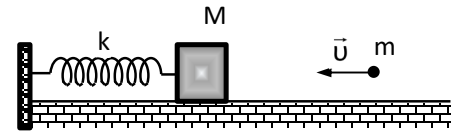
Να θεωρήσετε ότι:

- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \eta\mu \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2021] Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 980 \text{ g}$ είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα σε κατακόρυφο τοίχο και το ελατήριο βρίσκεται στην θέση φυσικού μήκους. Το ξύλινο κιβώτιο ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο (σχήμα). Ένα βλήμα μάζας $m = 20 \text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u = 100 \text{ m/s}$ και σφηνώνεται στο κέντρο του ξύλινου κιβωτίου, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα. Να υπολογίσετε:



Γ1. την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 4

Γ2. την απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 5

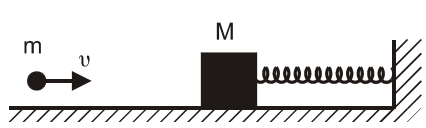
Γ3. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 8

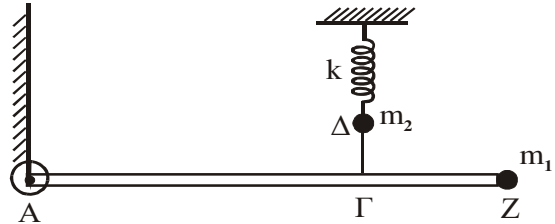
Γ4. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην θέση, όπου η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του είναι τριπλάσια από την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

1. [Δέσμη 1992] Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο AB ακτίνας $R = 2 \text{ m}$ που εφάπτεται στο κάτω άκρο του B με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ kg}$ αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο A. Το σώμα περνάει από το σημείο B του τεταρτοκυκλίου με ταχύτητα $u_B = 5 \text{ m/s}$ και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτόμενης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο B. Αφού διανύσει κάποιο διάστημα στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_2 = 6 \text{ kg}$ που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 250 \text{ N/m}$, το οποίο έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα σώματα μετά τη πλαστική κρούση κινούνται ως μια μάζα και το ελατήριο συσπειρώνεται. Να υπολογιστούν
- A. Η θερμότητα που παράχθηκε εξ αιτίας της τριβής κατά τη κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο.
B. Το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα εξ αιτίας της πλαστικής κρούσης
Γ. Το πλάτος και η περίοδος της ταλάντωσης που κάνει το σύστημα των μαζών μετά την κρούση.
Δ. Να δοθεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
Δίνεται ότι η κίνηση του συστήματος των μαζών γίνεται κατά τον άξονα του ελατηρίου, ότι το ελατήριο υπακούει το νόμο του Hooke και ότι $g = 10 \text{ m/s}^2$. Το οριζόντιο επίπεδο, το οποίο διέρχεται από το σημείο B θεωρείται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.
2. [Δέσμη 2001] Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα A μάζας $M = 3 \text{ kg}$. Πάνω στο σώμα A είναι τοποθετημένο σώμα B μάζας $m = 1 \text{ kg}$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά $y_1 = 0,4 \text{ m}$. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $y_2 = 0,8 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- α. Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος και τη σταθερά επαναφοράς D καθεμιάς μάζας ξεχωριστά.
β. Να δείξετε ότι το σώμα B θα εγκαταλείψει το σώμα A και να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα που έχει εκείνη τη χρονική στιγμή.
γ. Να υπολογίσετε το έργο (την ώθηση ζήταγε αλλά είναι εκτός ύλης) της δύναμης του ελατηρίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που το σώμα B εγκαταλείπει το σώμα A.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.
3. [Ημ. Λύκειο Σεπτ 2000] Το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ στερεώνεται ακλόνητα από οροφή. Στο ελεύθερο άκρο του προσδένεται σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$. Το σύστημα ελατήριο – μάζα ισορροπεί και προσφέρουμε σε αυτό ενέργεια 8 joule , αναγκάζοντάς το να εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση κινούμενο αρχικά προς τα κάτω. Κάποια χρονική στιγμή το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από σημείο A της τροχιάς του με ταχύτητα $u = -2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ως θετική φορά θεωρείται η φορά του βάρους του σώματος.
- α. Να δείξετε ότι η ταλάντωση είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε το πλάτος της. **Μονάδες 8**
β. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου A από τη θέση ισορροπίας. **Μονάδες 8**
γ. Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για τη μετάβαση του σώματος από το σημείο A στη θέση ισορροπίας για πρώτη φορά. **Μονάδες 9**
4. [Εσπ. Λύκειο Μά 2002] Ακίνητο σώμα μάζας $M = 9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 1000 \text{ N/m}$. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 1 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ που κινείται κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα u , συγκρούεται με το ακίνητο σώμα μάζας M και σφηνώνεται σ' αυτό. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,1 \text{ m}$.
- 
- A. Να υπολογίσετε:
- α. την περίοδο T της ταλάντωσης του συσσωματώματος. **Μονάδες 4**
β. την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 8**
γ. την ταχύτητα u , με την οποία το βλήμα προσκρούει στο σώμα μάζας M . **Μονάδες 8**
B. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο. **Μονάδες 5**

5. [Ημερ. Λύκειο 2003] Ομογενής άκαμπτη ράβδος AZ έχει μήκος $L = 4 \text{ m}$, μάζα $M = 3 \text{ kg}$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της A υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Z υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m_1 = 0,6 \text{ kg}$ και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με $2,8 \text{ m}$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



A. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

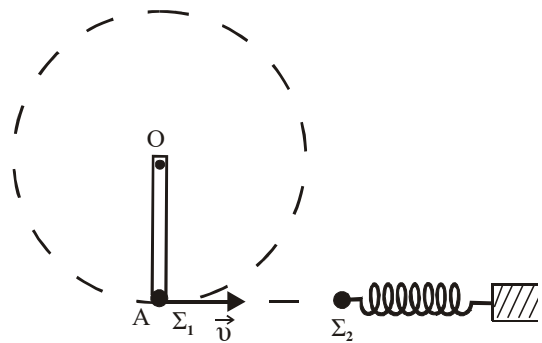
Μονάδες 6

- B. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τον χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από την στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι την στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

Δίνεται: $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

6. [Εσπερ. Λύκειο 2003] Ομογενής στερεά ράβδος OA, μήκους $L = 2 \text{ m}$ μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο O. Στο άκρο A της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο Σ_1 μάζας $m = 0,1 \text{ kg}$, και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου Σ_1 περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 1 \text{ rad/s}$. Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο Σ_2 , ίσης μάζας με το Σ_1 , προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $k = 20 \text{ N/m}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου Σ_1 (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες. Όταν η ταχύτητα \vec{v} του σφαιριδίου Σ_1 έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο Σ_1 αποκολλάται από την ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο Σ_2 με το οποίο ενσωματώνεται. Να βρείτε:



β. Το μέτρο v της ταχύτητας του σφαιριδίου την στιγμή που αποκολλάται από την ράβδο.

Μονάδες 4

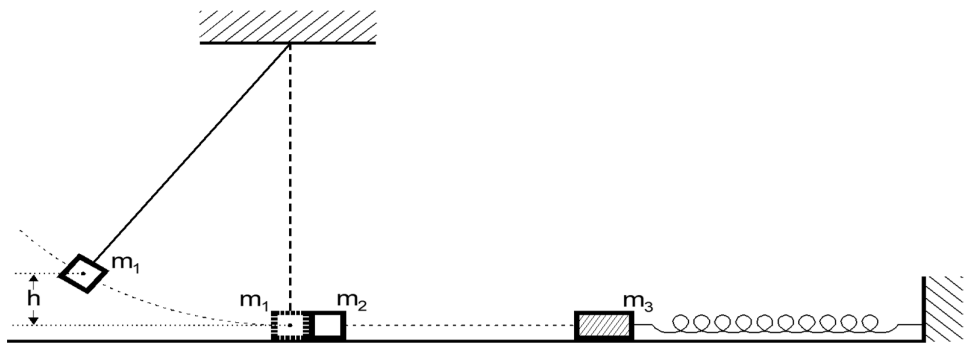
γ. Την περίοδο T της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου – συσσωματώματος Σ_1 και Σ_2 .

Μονάδες 5

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

Μονάδες 8

7. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Σώμα μάζας $m_1 = 0,1 \text{ kg}$, που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2 \text{ m/s}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 , όπου $m_2 = m_1$. Το



σώμα μάζας m_2 , μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας $m_3 = 0,7 \text{ kg}$. Το σώμα μάζας m_3 είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας m_2 . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος. Να

υπολογίσετε:

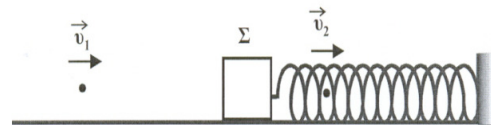
- α. το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 . Μονάδες 5
- β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας m_3 . Μονάδες 5
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση. Μονάδες 7
- δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$ από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται. Μονάδες 8

Δίνονται: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{συν} \frac{\pi}{3} = 0,5$.

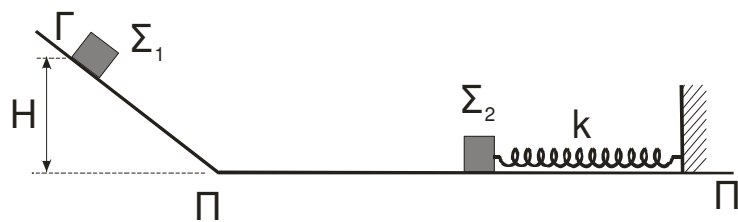
8. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2003] Σώμα μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$ είναι στερεωμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο T και πλάτος $A = 0,4 \text{ m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{6}$, ένα σώμα μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το σώμα μάζας m_1 και έχει ταχύτητα μέτρου $u_2 = 8 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αυτό. Να υπολογίσετε
- α. την αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 . Μονάδες 5
 - β. τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα μάζας m_1 τη στιγμή της σύγκρουσης. Μονάδες 7
 - γ. την περίοδο ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 6
 - δ. την ενέργεια της ταλάντωσης μετά την κρούση. Μονάδες 7

Δίνονται: $\eta\mu \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\text{συν} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

9. [Εσπ. Λύκειο Μά 2004] Σώμα Σ μάζας $M = 0,1 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο με κατακόρυφο τοίχο. Μεταξύ σώματος και οριζοντίου δαπέδου δεν εμφανίζονται τριβές. Βλήμα μάζας $m = 0,001 \text{ kg}$ κινούμενο κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $u_1 = 200 \text{ m/s}$ διαπερνά ακαριαία το σώμα Σ και κατά την έξοδο του η ταχύτητά του γίνεται $u_2 = u_1/2$. Να βρεθούν:
- α. Η ταχύτητα v με την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος. Μονάδες 6
 - β. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου. Μονάδες 6
 - γ. Η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ . Μονάδες 6
 - δ. Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας κατά την παραπάνω κρούση. Μονάδες 7
- Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $k = 1000 \text{ N/m}$.



10. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2005] Το σώμα Σ_2 του σχήματος που έχει μάζα $m_2 = 2 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα Σ_2 ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ' με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$ και περίοδο $T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$.



- A. Να υπολογίσετε:
- 1. Την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου. Μονάδες 6
 - 2. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος Σ_2 . Μονάδες 6
- B. Το σώμα Σ_1 του σχήματος με μάζα $m_1 = 2 \text{ kg}$ αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση Γ. Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης Γ από το οριζόντιο επίπεδο είναι $H = 1,8 \text{ m}$. Το σώμα Σ_1 , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας,

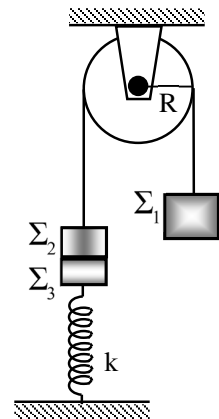
πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΠΠ'. Το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και ελαστικά με το σώμα Σ_2 τη στιγμή που το Σ_2 έχει τη μέγιστη ταχύτητά του και κινείται αντίθετα από το Σ_1 .

1. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά από αυτή την κρούση. Μονάδες 7
2. Να δείξετε πως στη συνέχεια το σώμα Σ_2 θα προλάβει το σώμα Σ_1 και θα συγκρουστούν πάλι πριν το σώμα Σ_1 φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου.

Η απόσταση από τη βάση του πλάγιου επιπέδου μέχρι το κέντρο της ταλάντωσης του Σ_2 είναι αρκετά μεγάλη. Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Μονάδες 6

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

11. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2006] Τροχαλία μάζας $M = 6 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 0,25 \text{ m}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 4 \text{ kg}$ και $m_2 = 1 \text{ kg}$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ_2 είναι κολλημένο με σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 1 \text{ kg}$, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ($t_0 = 0$), τα σώματα Σ_2 και Σ_3 αποκολλώνται και το Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά την διεύθυνση της κατακορύφου.



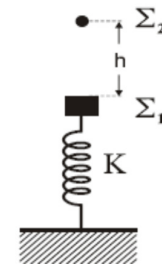
α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 . Μονάδες 6

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ_3 σε συνάρτηση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, την φορά προς τα επάνω.

γ. Να υπολογιστεί η συνισταμένη ροπή στο σύστημα $m_1 - m_2$ - τροχαλία, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, μετά την αποκόλληση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 . Μονάδες 6

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

12. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2006] Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 με μάζα $M = 4 \text{ kg}$ που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα $m = 1 \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα Σ_1 σε άγνωστο ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $d = \frac{\pi}{20} \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα Σ_2 .



α. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους h ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 . Μονάδες 6

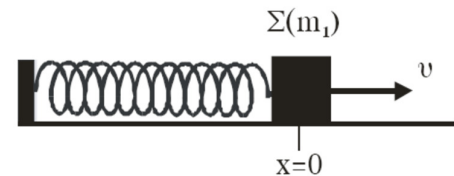
β. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία. Μονάδες 6

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Μονάδες 6

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. Μονάδες 7

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 \approx 10$.

13. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2007] Ένα σώμα Σ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. το σύστημα ελατήριο - μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση $x = 0,1 \eta\mu 10t$ (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης



είναι $E = 6 \text{ J}$. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας $m_2 = \frac{m_1}{2}$ κινούμενο με ταχύτητα u_2 κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A' = 0,1\sqrt{6} \text{ m}$.

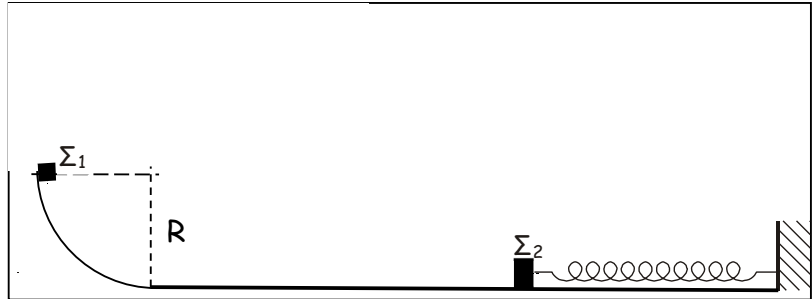
- α. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου (μονάδες 4) και τη μάζα m_1 του σώματος Σ (μονάδες 4)

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια E' (μονάδες 4) και τη γωνιακή συχνότητα ω' της ταλάντωσης του συσσωματώματος (μονάδες 4).

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_2 του βλήματος πριν από την κρούση.

Μονάδες 9

14. [Εσπ. Λύκειο Μά 2008] Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1$ kg του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1,8$ m. Στη συνέχεια το σώμα Σ_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2$ kg. Το σώμα Σ_2 είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 300$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του Σ_1 είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να βρείτε:



Α. Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το Σ_2 .

Μονάδες 6

Β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.

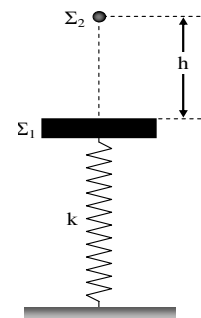
Μονάδες 6

Δ. Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10$ m/s².

15. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2009] Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 7$ kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Από ύψος $h = 3,2$ m πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg, το οποίο συγκρούεται με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε



α. το μέτρο της ταχύτητας u_2 του Σ_2 οριακά πριν αυτό συγκρουστεί με το Σ_1 .

Μονάδες 6

β. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

γ. το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

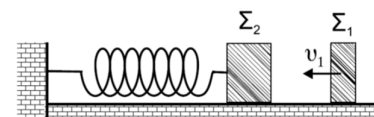
Μονάδες 6

δ. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10$ m/s².

16. [Εσπ. Λύκειο Μά 2010] Το σώμα Σ_1 του σχήματος έχει μάζα 1 kg, κινείται με ταχύτητα $u_1 = 8$ m/s σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας 3 kg. Το Σ_2 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς 300 N/m, που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του. Να υπολογίσετε:



Δ1. τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Δ2. την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .

Μονάδες 6

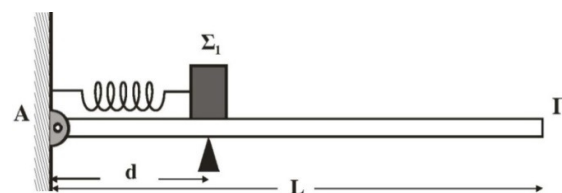
Δ3. την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ_2 .

Μονάδες 6

Δ4. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το Σ_2 επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.

Μονάδες 7

17. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Λεία οριζόντια σανίδα μήκους $L = 3$ m και μάζας $M = 0,4$ kg αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση $d = 1$ m από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς $k = 100$ N/m συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1$ kg. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 . Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 40$ N με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση $s = 5$ cm, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στην συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Δ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1 .

Μονάδες 5

Δ2. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Μονάδες 7

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ με ταχύτητα $u_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 είναι x_1 , όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ3. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1 .

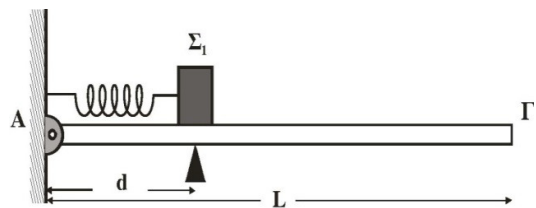
Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από την στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Θεωρούμε θετική την φορά της απομάκρυνσης προς το Γ . Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν. Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

18. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Λεία οριζόντια σανίδα μήκους $L = 3 \text{ m}$ και μάζας $M = 0,4 \text{ kg}$ αρθρώνεται στο άκρο της A σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση $d = 1 \text{ m}$ από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$ συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 . Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στην συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 40 \text{ N}$ με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση $s = 5 \text{ cm}$, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στην συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 . Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στην συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 40 \text{ N}$ με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση $s = 5 \text{ cm}$, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στην συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1 .

Μονάδες 5

Δ2. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Μονάδες 7

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ με ταχύτητα $u_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 είναι x_1 , όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ3. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1 .

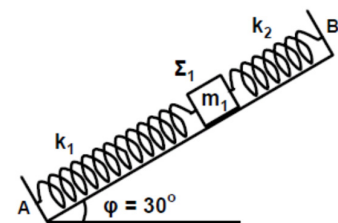
Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε το πλάτος της νέας ταλάντωσης που θα κάνει το Σ_1 .

Μονάδες 7

Θεωρούμε θετική την φορά της απομάκρυνσης προς το Γ . Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν. Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

19. [Ημ. Λύκειο Μάιος 2012] Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στα σημεία A και B στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60 \text{ N/m}$ και $k_2 = 140 \text{ N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.



Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το A προς το B .

Μονάδες 7

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2 = 6 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ₂.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ₁ και Σ₂, ώστε το Σ₂ να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ₁.

Μονάδες 7

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \text{ συν}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

20. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2012] Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1 = m = 1 \text{ kg}$, κινούμενη με ταχύτητα $u = \frac{4}{3} \text{ m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2 = m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων u_1 και $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

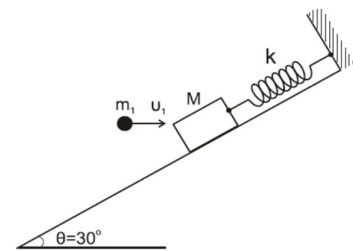
Δ1. Να βρείτε τη γωνία ϕ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας \vec{U}_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας \vec{U}_1 .

Μονάδες 8

Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 και u_2 .

Μονάδες 4

Σώμα μάζας $M = 3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta = 30^\circ$, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα \vec{U}_1 , σφηνώνεται στο σώμα M .



Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση.

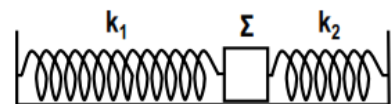
Μονάδες 6

Δ4. Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M, m_1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής.

Μονάδες 7

$$\text{Δίνονται: } \eta \text{ επιτάχυνση της βαρύτητας } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \text{ συν}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

21. [Εσπερ. Λύκειο 2012] Στα δύο άκρα λείου επιπέδου στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = 60 \text{ N/m}$ και $k_2 = 140 \text{ N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε ένα σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$ ώστε τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατά $A = 0,2 \text{ m}$ προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.



Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 4

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα δεξιά.

Μονάδες 7

Δ3. Να εκφράσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x .

Μονάδες 6

Δ4. Τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη θέση $x = +\frac{A}{2}$ αφαιρείται ακαριαία το ελατήριο k_2 . Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

Μονάδες 8

22. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2012] Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1 = m = 1 \text{ kg}$, κινούμενη με ταχύτητα $u = \frac{4}{3} \text{ m/s}$, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2 = m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων u_1 και $u_2 = \frac{u_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

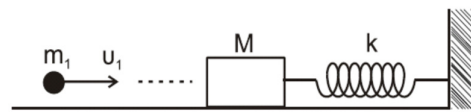
Δ1. Να βρείτε τη γωνία ϕ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας \vec{U}_2 με το διάνυσμα της ταχύτητας \vec{U}_1 .

Μονάδες 8

Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 και u_2 .

Μονάδες 4

Σώμα μάζας $M = 3m$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k , που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο. Το ελατήριο βρίσκεται στη θέση του φυσικού του μήκους. Η σφαίρα, μάζας m_1 , κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα \vec{u}_1 , σφηνώνεται στο σώμα M .

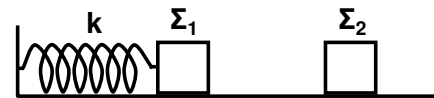


Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M, m_1) κατά την κρούση. **Μονάδες 6**

Δ4. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος (M, m_1) και οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = \frac{1}{12}$ και η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι $x_{\max} = 0,02 \text{ m}$, να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου. **Μονάδες 7**

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

23. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2012] Σώμα Σ_1 μάζας $M = 3 \text{ kg}$, είναι στερεωμένο στο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο.



μείο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A = 0,2 \text{ m}$. Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m = 1 \text{ kg}$. Η κρούση συμβαίνει στη θέση $x = \frac{A}{2}$, όταν το σώμα Σ_1 κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

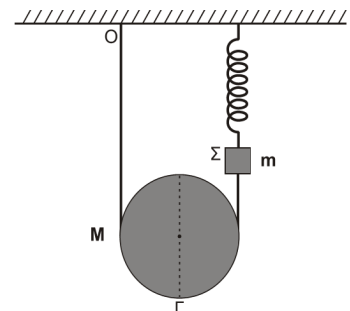
Δ1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση. **Μονάδες 6**

Δ2. Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης. **Μονάδες 6**

Δ3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση. **Μονάδες 7**

Δ4. Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

24. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2015] Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή O και η άλλη στο σώμα Σ , το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 40 \text{ N/m}$, που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 10**. Η μάζα της τροχαλίας είναι $M = 1,6 \text{ kg}$, η ακτίνα της $R = 0,2 \text{ m}$. Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1,44 \text{ kg}$. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.



Σχήμα 10

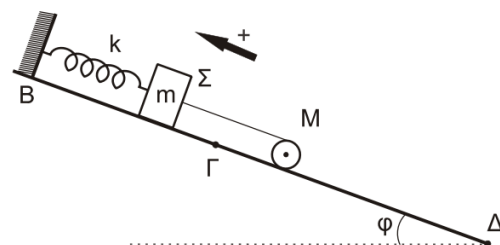
Δ1. Να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ . **Μονάδες 6**

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ , και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή $t = 0$ αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα κάτω (**επάνω στην αρχική εκφώνηση**) είναι θετική. **Μονάδες 7**

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi = \sqrt{10}$ και $\pi^2 = 10$ (προσεγγιστικά).

25. [Ημερ. Λύκ. 2016] Σώμα Σ , μάζας $m = 1 \text{ kg}$, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$. Το τμήμα $B\Gamma$ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο. Ομογενής κύλινδρος μάζας $M = 2 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 0,1 \text{ m}$ συνδέεται με το σώμα Σ με την βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Την χρονική στιγμή $t = 0$ κόβεται το νήμα και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

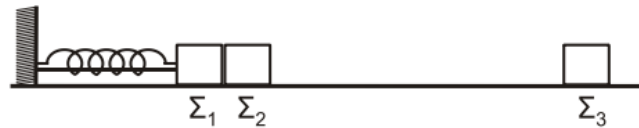
Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα κάτω (αντίθετα από το σχήμα).

Μονάδες 7

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = 1/2$.

26. [Εσπερ. Λύκειο 2016 (παλαιού τύπου)] Τα σώματα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$, και Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$, του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $d = 0,4 \text{ m}$ από τη θέση φυσικού μήκους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κινείται προς τα δεξιά. Μετά την αποκόλληση το σώμα Σ_2 συνεχίζει να κινείται σε λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 2 \text{ kg}$.



Δ1. Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία θα αποκολληθεί το σώμα Σ_2 από το σώμα Σ_1 , τεκμηριώνοντας την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ_1 , καθώς και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα Σ_1 αφού αποκολληθεί από το σώμα Σ_2 .

Μονάδες 6

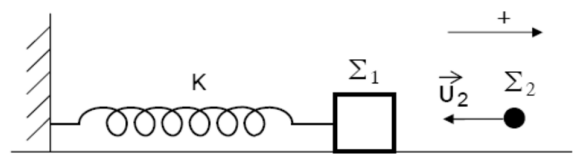
Δ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Μονάδες 7

27. [Εξ. Ελλήνων Εξωτερ 2016] Σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x = 0,4\eta\mu\omega t$ (SI). Την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ το



Σχήμα 4

σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$, που κινείται οριζόντια στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $u_2 = \frac{20}{3} \text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.

Δ1. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση (μονάδες 3), το μέτρο (μονάδες 3) και τη φορά της ταχύτητας (μονάδα 1) του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή t_1 .

Μονάδες 7

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4), και να προσδιορίσετε τη φορά της (μονάδα 1).

Μονάδες 5

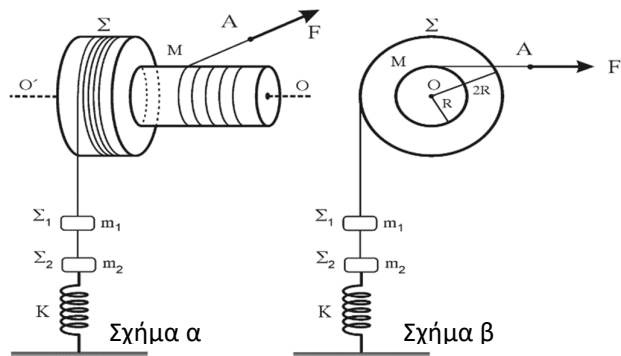
Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της νέας αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση. Θεωρήστε ως $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Μονάδες 8

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 , κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Μονάδες 5

28. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2017] Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας $M = 8 \text{ kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R = 0,1 \text{ m}$ όπως φαίνεται στα σχήματα α και β (το β αποτελεί εγκάρσια τομή του α). Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$. Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο Α



Σχήμα α

Σχήμα β

του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 100 \text{ N}$. Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας $2R$, είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_1 συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$, που συγκρατείται στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k . Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αρχικά ισορροπεί, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\theta = 0,2 \text{ m}$ από το φυσικό του μήκος. Την χρονική στιγμή μηδέν ($t_0 = 0$) το νήμα που συνδέει τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κόβεται και το σώμα Σ_2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_2 . Θεωρήστε ως θετική φορά την φορά προς τα επάνω.

Μονάδες 6

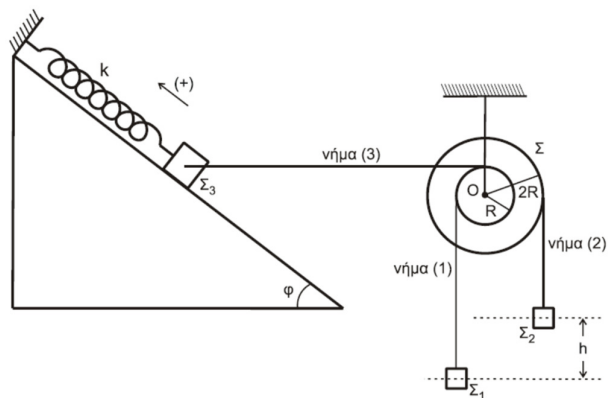
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Όπου εμφανίζεται το π να μην γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Να θεωρήσετε ότι :

- κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 , ο άξονας του ελατηρίου παραμένει κατακόρυφος.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

29. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2019] Στερεό σώμα Σ μάζας $M = 1,5 \text{ kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$ αντίστοιχα, όπου $R = 0,1 \text{ m}$ όπως φαίνεται στο **σχήμα**. Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Τα σώματα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ και Σ_2 μάζας $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ κρέμονται στα ελεύθερα άκρα αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2). Τα νήματα είναι πολλές φορές τυλιγμένα στους κυλίνδρους ακτίνας R και $2R$, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο **σχήμα**. Στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης ϕ , όπου $\eta\mu\phi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\upsilon\phi = 0,6$ στερεώνεται ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 300 \text{ N/m}$ στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 3 \text{ kg}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σώμα Σ_3 συνδέεται με τον κύλινδρο ακτίνας R με την βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος (3), όπως φαίνεται στο **σχήμα**. Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί.



Δ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από την θέση του φυσικού του μήκους.

Μονάδες 5

Την χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα (3). Το σώμα Σ_3 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και θετική φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{15} \text{ s}$.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$

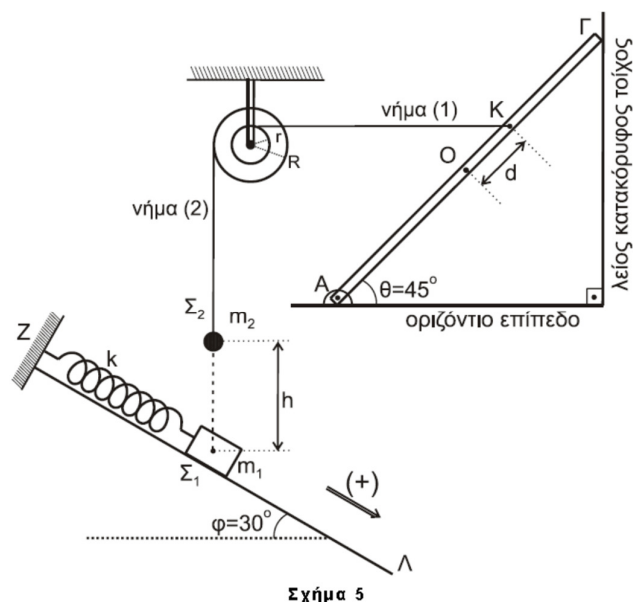
30. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2020 (Νέο)] Μία λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ, μήκους L και μάζας $M = 10 \text{ kg}$ έχει στο άκρο της Α άρθρωση και ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο σχηματίζοντας γωνία $\theta = 45^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**. Σε ένα σημείο Κ, που απέχει $d = \frac{L}{6}$ από το μέσον της Ο, είναι δεμένο το ένα άκρο ενός οριζόντιου, λεπτού, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1), το άλλο άκρο του οποίου είναι τυλιγμένο γύρω από τον εσωτερικό κύλινδρο ακτίνας r ενός στερεού, που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους.

Στον εξωτερικό κύλινδρο του στερεού, ακτίνας $R = 2r$, είναι τυλιγμένο ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$. Το σύστημα στερεό-ράβδος είναι ακίνητο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης, που δέχεται η ράβδος στο σημείο Γ από τον λείο, κατακόρυφο τοίχο.

Μονάδες 6

Στην κορυφή Z λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$, είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και στο άλλο άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα Σ_2 μάζας m_2 , που κρέμεται στην άκρη του νήματος (2).



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα (2) κόβεται και το σώμα Σ_2 , αφού εκτελέσει ελεύθερη πτώση, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα αποκτά κοινή ταχύτητα μέτρου $\frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{m}{s}$ και αρχίζει να κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΖΛ, εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

- Δ2.** Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα. **Μονάδες 4**
- Δ3.** Να βρείτε την σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. (Να θεωρήσετε ως $t = 0$ την χρονική στιγμή της κρούσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και θετική την φορά από το Z προς το Λ). Δίνεται η αρχική φάση $\phi_0 = 11\pi/6$. (Ο υπολογισμός της ϕ_0 είναι εκτός ύλης πλέον). **Μονάδες 6**
- Δ4.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως πριν την πλαστική κρούση (ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος) και την αρχική απόσταση h των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 . **Μονάδες 5**
- Δ5.** Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν το σώμα που ταλαντώνεται, βρίσκεται στην θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου. **Μονάδες 4**

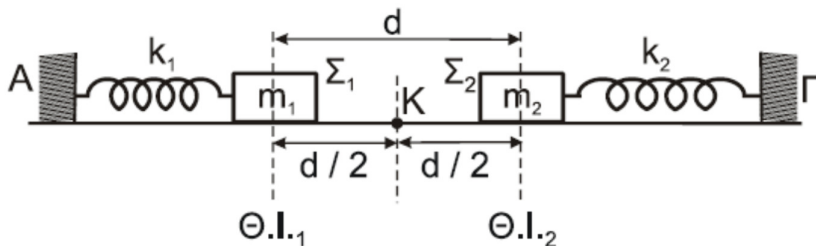
Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu \frac{7\pi}{6} = \eta\mu \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

Να θεωρήσετε ότι:

- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

- 31.** [Ημ. & Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2020] Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 5 \text{ kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_1 = 80 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Α. Όμοια, σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 12 \text{ kg}$, ηρεμεί πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, συνδεδεμένο στο άκρο ενός άλλου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_2 = 300 \text{ N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Γ (Σχήμα). Τα σώματα στις θέσεις ισορροπίας τους (Θ.Ι.₁) και (Θ.Ι.₂) απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0,6 \text{ m}$.



- Δ1.** Αν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούσαν απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά ταλάντωσης $D_1 = k_1$ και $D_2 = k_2$, να υπολογίσετε την περίοδο τους.

Μονάδες 4

Απομακρύνουμε το σώμα Σ₁ από την θέση ισορροπίας του προς τα αριστερά κατά μήκος d₁ = 0,6 m και το σώμα Σ₂ από την θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά κατά μήκος d₂ = 0,2√3 m. Την χρονική στιγμή t₀ = 0 αφήνουμε τα σώματα Σ₁ και Σ₂ ελεύθερα να κινηθούν.

Δ2. Θεωρώντας θετική φορά από το Α προς το Γ, να γράψετε τις εξισώσεις για τις απομακρύνσεις των δύο σωμάτων από τις θέσεις ισορροπίας τους και τις ταχύτητές τους, σε συνάρτηση με τον χρόνο t.

Μονάδες 5

Δ3. Αποδείξτε ότι τα δύο σώματα θα συγκρουστούν στο μέσον Κ των αρχικών θέσεων ισορροπίας.

Μονάδες 6

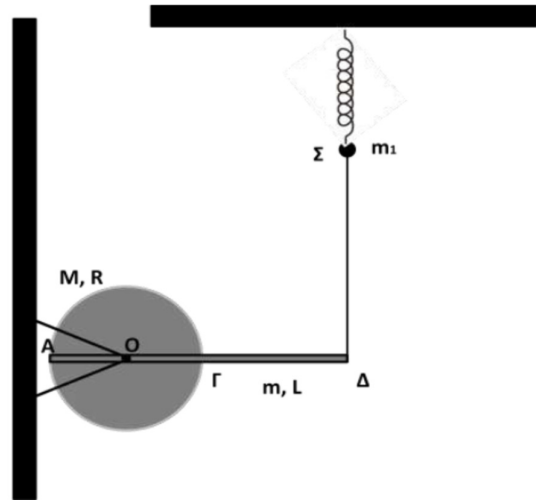
Δ4. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Υπολογίστε τις ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως πριν και αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Δ5. Να δείξετε ότι στην συνέχεια τα δύο σώματα συγκρούονται ξανά στο σημείο Κ.

Μονάδες 3

32. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. 2020 (παλαιό)] Το στερεό του σχήματος 4 αποτελείται από λεπτό ομογενή δίσκο μάζας M = 6 kg, ακτίνας R = 0,2 m και λεπτή άκαμπτη ομογενή ράβδο (ΑΔ) μάζας m = 3 kg, μήκους L = 4R = 0,8 m. Η ράβδος είναι συγκολλημένη στον δίσκο κατά μήκος της διαμέτρου ΑΓ του δίσκου με το μέσον της στο σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο του δίσκου και είναι κάθετο σε αυτόν. Αρχικά, το στερεό ισορροπεί με την βοήθεια του κατακόρυφου μη εκτατού νήματος, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια. Το σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων μάζας m₁ = 1 kg του σχήματος είναι δεμένο στο κατακόρυφο νήμα αλλά και στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m, του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα. Αρχικά και το σώμα Σ ισορροπεί.



Σχήμα 4

Δ1. Κατά την αρχική ισορροπία των σωμάτων υπολογίστε την τάση του νήματος (μονάδες 2) και την δύναμη που δέχεται το στερεό από τον άξονα περιστροφής Ο (μονάδες 2).

Μονάδες 4

Κόβουμε το νήμα.

Δ4. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα Σ μάζας m₁ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον κατακόρυφο άξονα. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος Σ σε σχέση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική την φορά προς τα επάνω και t = 0 την χρονική στιγμή που κόψαμε το νήμα.

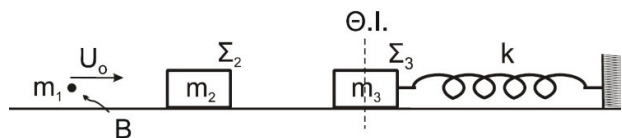
Μονάδες 4

Δ5. Για την κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση του Σ, υπολογίστε την παραμόρφωση του ελατηρίου όταν για δεύτερη φορά το σώμα Σ έχει ταχύτητα μέτρου v = 0,6 m/s.

Μονάδες 6

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s²
- Δίνεται ότι η όλη διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο είναι κάθετος ο οριζόντιος άξονας.
- Για όλες τις κινήσεις θεωρούνται αμελητέες οι τριβές και οι αντιστάσεις.

33. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2020] Βλήμα Β μάζας m₁ = 0,5 kg, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u₀ = 16 m/s, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με σώμα Σ₂ μάζας m₂ = 1,5 kg, που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στην ευθεία κίνησης του βλήματος Β (Σχήμα), με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα (Β-Σ₂).



Σώμα Σ₃, μάζας m₃ = 2 kg, ηρεμεί προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k = 200 N/m, το οποίο είναι ακλόνητα στερεωμένο και μπορεί να κινείται στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο (Σχήμα). Η κρούση του βλήματος Β με το

σώμα Σ_2 είναι ακαριαία.

Δ1. Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος (B- Σ_2).

Μονάδες 4

Δ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά την κρούση του βλήματος B με το σώμα Σ_2 .

Μονάδες 6

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα (B- Σ_2) συνεχίζει να κινείται και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_3 , με αποτέλεσμα το σώμα Σ_3 αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Δ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος (B- Σ_2), την ταχύτητα του σώματος Σ_3 αμέσως μετά την ελαστική κρούση, καθώς και το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3 .

Μονάδες 7

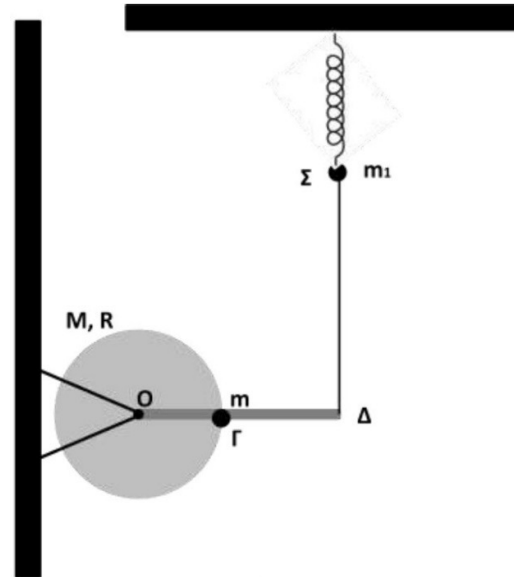
Δ4. Να υπολογίσετε την χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία το σώμα Σ_3 ξανασυγκρούεται με το συσσωμάτωμα (B- Σ_2) και να υπολογίσετε την απόσταση του σώματος Σ_3 από το συσσωμάτωμα (B- Σ_2) την χρονική στιγμή $t_2 = (t_1 + 5)$ s.

Μονάδες 8

• Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

34. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2020 (παλαιό)(τροποποιημένη)] Το στερεό του σχήματος 4 αποτελείται από

λεπτό ομογενή δίσκο μάζας $M = 6$ kg, ακτίνας $R = 0,2$ m και αβαρή λεπτή άκαμπτη ράβδος (OΔ) μήκους $L = 2R = 0,4$ m. Η ράβδος είναι συγκολλημένη στον δίσκο κατά μήκος της ακτίνας OΓ του δίσκου με το μέσον της στο σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου. Επίσης από υλικό σημείο μάζας $m = 3$ kg στο σημείο Γ. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο O του δίσκου και είναι κάθετο σε αυτόν. Αρχικά, το στερεό ισορροπεί με την βοήθεια του κατακόρυφου μη εκτατού νήματος, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια. Το σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων μάζας $m_1 = 1$ kg του σχήματος είναι δεμένο στο κατακόρυφο νήμα αλλά και στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m, του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα. Αρχικά και το σώμα Σ ισορροπεί.



Σχήμα 4

Δ1. Κατά την αρχική ισορροπία των σωμάτων υπολογίστε την τάση του νήματος (μονάδες 3) και την δύναμη που δέχεται το στερεό από τον άξονα περιστροφής O (μονάδες 3).

Μονάδες 6

Δ2. Κόβουμε το νήμα. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος υπολογίστε το μέτρο της συνισταμένης ροπής που δέχεται το στερεό ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O.

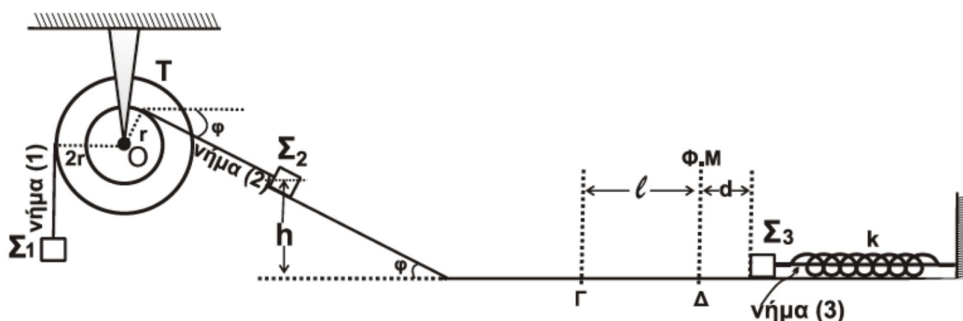
Μονάδες 6

Δ4. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα Σ μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον κατακόρυφο άξονα. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος Σ σε σχέση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική την φορά προς τα επάνω και $t = 0$ την χρονική στιγμή που κόψαμε το νήμα.

Μονάδες 7

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s²
- Δίνεται ότι η όλη διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο είναι κάθετος ο οριζόντιος άξονας.
- Για όλες τις κινήσεις θεωρούνται αμελητέες οι τριβές και οι αντιστάσεις.

35. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2021] Η ομογενής τροχαλία Τ του σχήματος 5 μάζας $M = 1,5 \text{ kg}$, αποτελείται από δύο κυκλικά τμήματα ακτίνων r και $2r$ αντίστοιχα, κολλημένα μεταξύ τους που στην περιφέρειά τους φέρουν λεπτή εγκοπή. Η τροχαλία Τ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O . Στο εξωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (1), στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1 . Στο εσωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (2), στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 5 \text{ kg}$ που βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ ($\eta\mu\phi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\phi = 0,8$). Στην συνέχεια της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου, βρίσκεται λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Το σύστημα της τροχαλίας και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 5 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_3 είναι δεμένο με νήμα (3) με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά $d = 0,2 \text{ m}$ από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Σχήμα 5

Δ1. Να υπολογίσετε την μάζα m_1 και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία Τ από τον άξονα.

Μονάδες 7

Κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2) και απομακρύνουμε το σώμα Σ_1 . Το σώμα Σ_2 που βρίσκεται σε ύψος $h = 1,8 \text{ m}$ από το οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει να κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο και, αφού φτάσει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει (χωρίς να παρατηρείται φαινόμενο αναπήδησης και χωρίς να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς του) την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Όταν το σώμα Σ_2 βρίσκεται στο σημείο Γ του οριζοντίου επιπέδου που απέχει απόσταση $\ell = \frac{3\pi}{5} \text{ m}$ από την θέση Δ στην οποία το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κόβεται το νήμα (3) και το σώμα Σ_3 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Το σώμα Σ_3 συγκρούεται κεντρικά ελαστικά για πρώτη φορά με το σώμα Σ_2 στην θέση Δ φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Δ2. Να δείξετε ότι η σταθερά k του ελατηρίου είναι ίση με $125 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Μονάδες 5

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ_3 αμέσως μετά την κρούση ($t = 0$ η στιγμή της κρούσης και θετική κατεύθυνση η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος Σ_2 πριν την κρούση του με το σώμα Σ_3) [τροποποιήθηκε η θετική φορά για να προκύπτει αποδεκτή αρχική φάση].

Μονάδες 4

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 , την χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια της ταλάντωσής του είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσής του, για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ_2 , καθώς και την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_3 την ίδια χρονική στιγμή.

Μονάδες 6

Δ5. Να υπολογίσετε την απόσταση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 την χρονική στιγμή που το σώμα Σ_3 διέρχεται από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ_2 .

Μονάδες 3

Δίνονται:

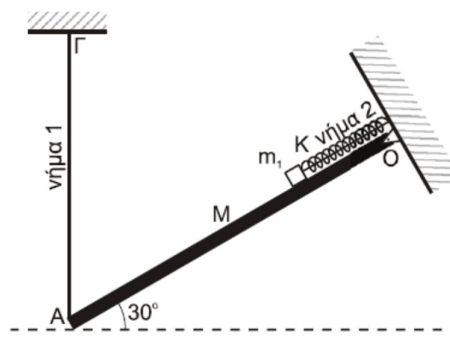
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$,
- η σταθερά π είναι περίπου ίση με 3,14.

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,

- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα,
- το οριζόντιο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους και οι κινήσεις των σωμάτων, Σ_2 και Σ_3 για το ερώτημα Δ5 πραγματοποιούνται εξ ολοκλήρου στο οριζόντιο επίπεδο.

36. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. 2021] Η ομογενής λεπτή, λεία ράβδος OA του σχήματος 6 μάζας $M = 8 \text{ kg}$ και μήκους $L = 2 \text{ m}$ είναι αρθρωμένη στο άκρο της O και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχεδίου. Η ράβδος ισορροπεί δεμένη, στο άκρο της A, από κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό νήμα 1 το επάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα δεμένο στο Γ. Η ράβδος και το νήμα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και η ράβδος σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Επάνω στην ράβδο ισορροπεί σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ kg}$, μικρών διαστάσεων, που είναι δεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς k και σε αβαρές μη εκτατό νήμα 2 τα οποία είναι παράλληλα στην ράβδο και τα επάνω άκρα τους είναι ακλόνητα στερεωμένα (σχήμα 6). Στην θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το σώμα m_1 βρίσκεται στην θέση Δ, όπου $OD = 0,5 \text{ m}$.



Σχήμα 6

Δ1. Υπολογίστε την δύναμη που δέχεται η ράβδος από το νήμα 1 στο άκρο της A.

Μονάδες 6

Δ2. Κάποια χρονική στιγμή κόβεται το νήμα 2 οπότε το σώμα m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς $D = k$, επάνω στην λεία ράβδο με ολική ενέργεια $E = 2 \text{ J}$. Γράψτε την χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης της m_1 ως προς τον χρόνο. Θεωρήστε $t = 0$ την χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα και θετική φορά από το A προς το O.

Μονάδες 7

Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 δεύτερο μικρό σώμα μάζας $m_2 = m_1$ που εκτοξεύεται από το άκρο A της ράβδου, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά (ακαριαία) με το σώμα μάζας m_1 , έχοντας ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα μάζας m_1 , ταχύτητα μέτρου u_2 , παράλληλη στην ράβδο με φορά προς τα επάνω. Την στιγμή αυτή το σώμα m_1 έχει απομάκρυνση x_1 , όπου $x_1 < 0$ (το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση απομακρύνεται).

Δ3. Να βρεθεί η απομάκρυνση x_1 ώστε το σώμα m_1 αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Μονάδες 6

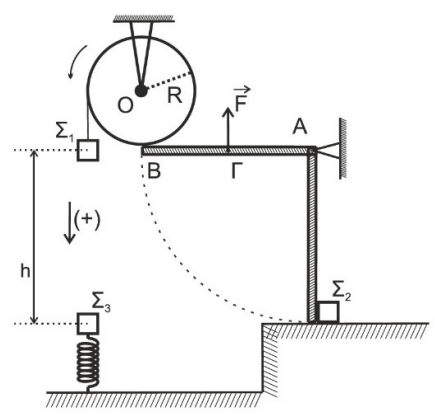
Δ4. Αν δίνεται πως το νέο πλάτος ταλάντωσης της σώματος μάζας m_1 ισούται με $0,4 \text{ m}$, υπολογίστε την ταχύτητα u_2 του σώματος μάζας m_2 .

Μονάδες 6

Η ράβδος παραμένει σε ισορροπία σε όλη την διάρκεια του φαινομένου και δίνονται:

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{και η επιτάχυνση της βαρύτητας } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

37. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. 2022] Άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος AB, μήκους $\ell = 1,2 \text{ m}$ και μάζας $M_p = 2 \text{ kg}$, έχει το άκρο της A αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A. Στο μέσον Γ της ράβδου ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F με φορά προς τα επάνω, μέτρου $F = 80 \text{ N}$. Η ράβδος AB εφάπτεται με το άκρο της B σε ομογενή τροχαλία, μάζας $M_T = 2 \text{ kg}$ και ακτίνας R, που είναι στερεωμένη σε οροφή και που μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της (Σχήμα). Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι τυλιγμένο πολλές φορές στο αυλάκι της



τροχαλίας και στο ελεύθερο άκρο του είναι δεμένο σώμα Σ_1 , μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Η τροχαλία με την επίδραση της τριβής που δέχεται από την ράβδο ισορροπεί οριακά.

Δ1. Να υπολογίσετε τον συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και τροχαλίας.

Μονάδες 5

Κάτω από το σώμα Σ_1 βρίσκεται σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 3 \text{ kg}$, το οποίο ισορροπεί στο άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ απελευθερώνεται το σώμα Σ_1 , το οποίο την χρονική στιγμή t_1 , συγκρούεται πλαστικά με

ταχύτητα $u_1 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$, με το σώμα Σ_3 . Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. **[Έχει γίνει τροποποίηση της αρχικής εκφώνησης]**

Δ4. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος.

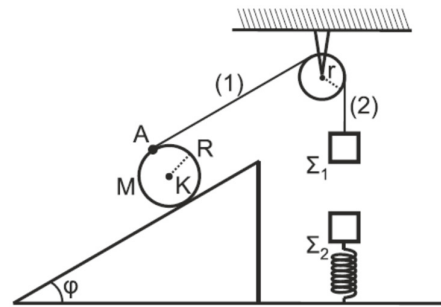
Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

38. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. 2023] Ομογενής κύλινδρος

μάζας M και ακτίνας $R = \frac{5}{\pi} \text{ m}$ βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο

μεγάλου μήκους, γωνίας κλίσεως $\phi = 30^\circ$. Σε σημείο A της επιφανείας του κυλίνδρου, το οποίο απέχει από την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση $2R$, έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το άλλο άκρο του νήματος έχει δεθεί σε σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Το νήμα περνά από το αυλάκι τροχαλίας ακτίνας r , η οποία έχει στερεωθεί σε οροφή. Το τμήμα (1) του νήματος είναι παράλληλο προς την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου, ενώ το τμήμα (2) κατακόρυφο. Το σύστημα των σωμάτων αυτών ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο επάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Ο άξονας του ελατηρίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση με τη διεύθυνση του νήματος (2).



Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο επάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Ο άξονας του ελατηρίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση με τη διεύθυνση του νήματος (2).

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα M του κυλίνδρου.

Μονάδες 5

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2).

Αμέσως μετά την $t_0 = 0$, το σώμα Σ_1 πέφτει κατακόρυφα ενώ ο κύλινδρος κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση. Κατά τη διάρκεια της κύλισής του ο άξονάς του παραμένει συνεχώς κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Δ2. Αν την χρονική στιγμή t_1 το σημείο A , ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή και έχει ταχύτητα μέτρου $u_A = 20 \text{ m/s}$, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου κάνοντας χρήση των νόμων της κινηματικής κατά την κύλιση στερεών σωμάτων.

Μονάδες 7

Το σώμα Σ_1 πέφτοντας κατακόρυφα συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2 . Το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την πλαστική κρούση εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση, υπό την επίδραση δύναμης αντίστασης της μορφής $F_{αντ} = -0,2u$ (S.I.), όπου u η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας. Αμέσως μετά την κρούση ο ρυθμός έκλυσης θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον είναι ίσος με $P_0 = 3,2 \text{ J/s}$.

Να υπολογίσετε:

Δ3. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

Δ4. την συνολική θερμική ενέργεια που ελευθερώνεται στο περιβάλλον από την χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως την χρονική στιγμή που η ταλάντωση του συσσωματώματος σταματά.

Μονάδες 8

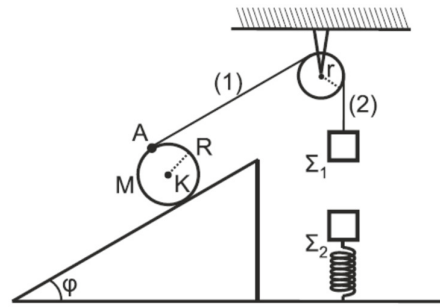
Να θεωρήσετε ότι:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

39. [Εξετάσεις Ελλήνων εξωτερικού 2023] Ομογενής κύλινδρος

μάζας M και ακτίνας $R = \frac{5}{\pi} m$ βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο

μεγάλου μήκους, γωνίας κλίσεως $\phi = 30^\circ$. Σε σημείο A της επιφανείας του κυλίνδρου, το οποίο απέχει από την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση $2R$, έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το άλλο άκρο του νήματος έχει δεθεί σε σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Το νήμα περνά από το αυλάκι τροχαλίας ακτίνας r , η οποία έχει στερεωθεί σε οροφή. Το τμήμα (1) του νήματος είναι παράλληλο προς την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου, ενώ το τμήμα (2) κατακόρυφο. Το σύστημα των σωμάτων αυτών ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$ ισορροπεί δεμένο στο επάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Ο άξονας του ελατηρίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση με τη διεύθυνση του νήματος (2).



Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα M του κυλίνδρου.

Μονάδες 7

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2).

Αμέσως μετά την $t_0 = 0$, το σώμα Σ_1 πέφτει κατακόρυφα ενώ ο κύλινδρος κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση. Κατά τη διάρκεια της κύλισής του ο άξονάς του παραμένει συνεχώς κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Δ2. Αν την χρονική στιγμή t_1 το σημείο A , ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή και το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει ταχύτητα μέτρου $v_{cm} = 10 \text{ m/s}$, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου κάνοντας χρήση των νόμων της κινηματικής κατά την κύλιση στερεών σωμάτων.

Μονάδες 8

Το σώμα Σ_1 πέφτοντας κατακόρυφα συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2 , έχοντας την στιγμή της κρούσης ταχύτητα μέτρου $u_0 = 20 \text{ m/s}$.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση (μονάδες 4) και το ποσό της θερμικής ενέργειας που απελευθερώνεται στο περιβάλλον κατά την κρούση (μονάδες 6)

Μονάδες 10

Να θεωρήσετε ότι:

- η επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.