

# Κεφάλαιο 4

## Μηχανική Του Εστερεού Σώματος

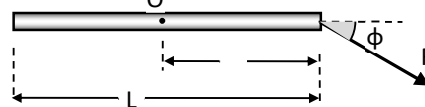
### Θέμα Α

#### Πολλαπλής Επιλογής

Στις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

1. [Εσπερ. Λύκειο 2003] Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι  
 α.  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ .                      β.  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ .                      γ.  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .                      δ.  $1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}$ .
2. [Ομογενείς 2003] Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει  
 α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.  
 β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.  
 γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.  
 δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.
3. [Εσπ. Λύκειο 2004] Κατά την στροφική κίνηση ενός σώματος  
 α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.  
 β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα  $u = \omega \cdot r$  ( $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r$  η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).  
 γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = u_{\text{cm}}/R$  ( $u_{\text{cm}}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας,  $R$  η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).  
 δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.
4. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ 2004] Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα  
 α. είναι ίση με το μηδέν.                      β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.  
 γ. αυξάνεται με τον χρόνο.                      δ. μειώνεται με τον χρόνο.
5. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2005] Τροχός ακτίνας  $R$  κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $u_{\text{cm}}$  η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με  $R$ , έχει μέτρο  
 α.  $u_{\text{cm}}$ .                      β.  $2 \cdot u_{\text{cm}}$ .                      γ.  $0$ .                      δ.  $\sqrt{2} \cdot u_{\text{cm}}$ .
6. [Ομογενείς 2005] Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι  
 α.  $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$                       β.  $1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$                       γ.  $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$                       δ.  $1 \text{ J}\cdot\text{s}$
7. [Ομογενείς 2005] Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο  
 α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.  
 β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.  
 γ. έχει την διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.  
 δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

8. [Ομογενείς 2007] Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος  $L$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης  $F$  ως προς το σημείο  $O$  έχει μέτρο

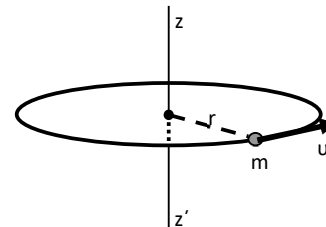


- α. 0.      β.  $F \frac{L}{2}$ .      γ.  $F \frac{L}{2} \sin \phi$ .      δ.  $F \frac{L}{2} \eta \mu \phi$ .

9. [Ομογενείς 2009] Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.  
 β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.  
 γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.  
 δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

10. [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Υλικό σημείο μάζας  $m$  και ταχύτητας  $u$  κινείται σε περιφέρεια οριζώντιου κύκλου ακτίνας  $r$ , όπως στο σχήμα: Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα  $zz'$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της

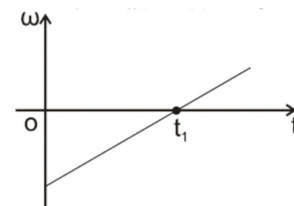


- α. είναι μονόμετρο μέγεθος.  
 β. έχει μέτρο  $m \cdot u \cdot r$ .  
 γ. είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα  $zz'$ .  
 δ. έχει μονάδα το  $kg \cdot m$ .

11. [Ομογενείς 2010] Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του

- α. ταχύτητα αυξάνεται.      β. ταχύτητα μένει σταθερή.  
 γ. επιτάχυνση αυξάνεται.      δ. επιτάχυνση μειώνεται.

12. [Ημ. & Εσπ. Λύκεια Επαναλ. 2011] Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα ( $\omega$ ) μεταβάλλεται με τον χρόνο ( $t$ ), όπως στο σχήμα:

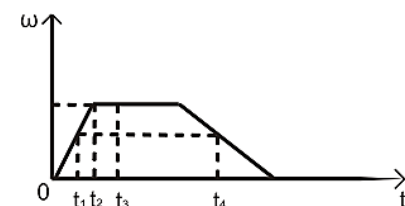


- Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος:  
 α. είναι μηδέν την χρονική στιγμή  $t_1$   
 β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός  
 γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν  
 δ. αυξάνεται με τον χρόνο.

13. [Ημ. & Εσπ. Λύκεια 2014] Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για την συνισταμένη των δυνάμεων  $\Sigma \vec{F}$  που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών  $\Sigma \tau$  ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

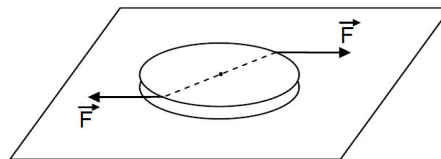
- α.  $\Sigma \vec{F} = 0, \Sigma \tau = 0$       β.  $\Sigma \vec{F} \neq 0, \Sigma \tau \neq 0$       γ.  $\Sigma \vec{F} \neq 0, \Sigma \tau = 0$       δ.  $\Sigma \vec{F} = 0, \Sigma \tau \neq 0$

14. [Ημ. & Εσπ. Λύκεια 2016] Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;



- α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  έως  $t_2$ .  
 β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης την χρονική στιγμή  $t_1$  είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης την χρονική στιγμή  $t_4$ .  
 γ. Την χρονική στιγμή  $t_3$  η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.  
 δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης την στιγμή  $t_1$  έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση την χρονική στιγμή  $t_4$ .

15. [Ημ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2017] Ο ομογενής δίσκος του σχήματος ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- Η κίνηση του δίσκου είναι
- μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
  - μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.
  - μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.
  - μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση.

16. [Ημ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2019] Μία από τις μονάδες μέτρησης της στροφορμής των στοιχειωδών σωματιδίων στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI) είναι

- $J \cdot s^2$
- $J \cdot s$
- $kg \cdot m^2 / s^2$
- $kg \cdot m / s^2$ .

17. [Ημ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2020 (νέο & παλαιό)] Ένα στερεό σώμα αρχικά παραμένει ακίνητο, χωρίς να του ασκούνται δυνάμεις. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε δύο δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  στο σώμα.

Για να εκτελέσει το σώμα μόνο στροφική κίνηση, οι δυνάμεις αυτές θα πρέπει

- να είναι κάθετες μεταξύ τους.
- να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και άνισα μέτρα.
- να βρίσκονται στην ίδια ευθεία και να είναι αντίθετες.
- να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και ίσα μέτρα.

18. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2021] Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής

- έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής
- έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας
- έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας
- έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της αρχικής του γωνιακής ταχύτητας.

### Συμπλήρωση

19. [Ομογενείς 2002] Να γράψετε στο τετράδιο σας τα φυσικά μεγέθη από την **Στήλη I** και δίπλα σε καθένα την μονάδα της **Στήλης II** που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη I	Στήλη II
Μήκος κύματος	$rad/s^2$
Γωνιακή επιτάχυνση	$N \cdot m$
Ροπή δύναμης	$m$
Ορμή	$kg \cdot m^2 / s$
Στροφορμή	$kg \cdot m / s$
	$m / s$

20. [Εν. Λύκειο 2003] Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει ..... κίνηση.

21. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι .....

### Σωστά - Λάθος

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

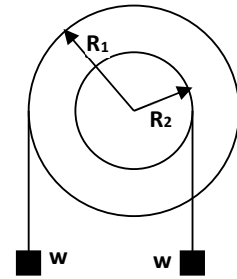
22. [Ομογενείς 2002] Στην μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.

23. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2004] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.
24. [Ομογενείς 2005] Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.
25. [Εσπ. Λύκειο 2007] Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
26. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2007] Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$  και της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{\alpha}$  έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
27. [Ομογενείς 2007] Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.
28. [Εσπ. Λύκειο 2008] Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον ήλιο.
29. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2009] Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το  $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$ .
30. [Ομογενείς 2009] Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.
31. [Ημ. Λύκειο 2010] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.
32. [Εσπ. Λύκειο 2010] Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι  $\text{N}\cdot\text{m}$ .
33. [Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2010] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
34. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
35. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
36. [Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2011] Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
37. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2012] Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε  $\text{Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$ .
38. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2012] Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.
39. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2012] Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το  $1\text{N}\cdot\text{m}$ .
40. [Ομογενείς 2012] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
41. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2013] Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα  $\Sigma F = 0$ .
42. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2013] Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.
43. [Ημ. Λύκειο Επαναλ. 2013] Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το  $1 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$ .
44. [Ομογενείς 2013] Σε μια μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση στερεού σώματος, τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της γωνιακής ταχύτητας έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.
45. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2014] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.
46. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2015] Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
47. [Εσπερ. Λύκειο Επαναλ. 2015] Κυλινδρικό σώμα κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο είναι ίση με την ταχύτητα  $v_{\text{cm}}$  του κέντρου μάζας του.
48. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2016 (παλαιού τύπου)] Κατά την στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
49. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2017] Η ροπή μιας δύναμης  $\vec{F}$  ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.
50. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2017] Η κίνηση ενός τροχού που κυλίνεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

51. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο 2018] Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
52. [Ημ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2018] Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί.
53. [Ημ. & Εσπ. Λύκεια 2019] Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται.
54. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2020 (παλαιό)] Στην μεταφορική κίνηση ενός στερεού κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
55. [Ημ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2020 (νέο & παλαιό)] Η σύνθετη κίνηση στερεού σώματος μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.
56. [Ημ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2020 (νέο & παλαιό)] Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης ως προς σημείο ή άξονα είναι το  $1 \text{ N/m}$ .
57. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2022] Αν διπλασιάσουμε το μέτρο καθεμιάς από τις δύο δυνάμεις ενός ζεύγους δυνάμεων, χωρίς να αλλάξουμε την απόσταση των φορέων των δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους των δυνάμεων τετραπλασιάζεται.
58. [Ημ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2022] Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
59. [Ημ. & Εσπερ. Λύκεια Επαναλ. & Ομογενείς 2023] Επειδή η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο έχει φορέα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της, η στροφορμή της Γης παραμένει σταθερή.
-

**Θέμα Β**

1. [Ομογενείς 2002] Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες  $R_1, R_2$  με  $R_1 > R_2$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών  $w$  που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πως θα περιστραφεί το σύστημα;



Μονάδες 2  
Μονάδες 6

- α. σύμφωνα με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.
- β. αντίθετα προς την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

2. [Ημ. Λύκειο Επαναλ 2003] Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

Μονάδες 6

3. [Ομογενείς 2004] Δύο ομογενείς κυκλικόι δακτύλιοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , κυλιόνται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες  $3\omega$  και  $\omega$ , αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  είναι

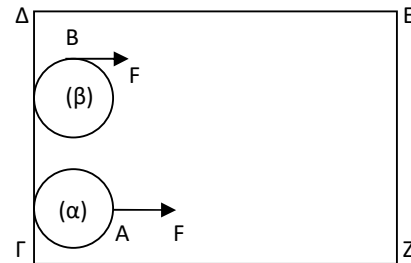
- α.  $\frac{3}{2}$ .
- β.  $\frac{1}{2}$ .
- γ. 1.

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

4. [Ημερ. Λύκειο 2005] Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικόι δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν την ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις  $F$  με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου. Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο  $t_\alpha$  για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο  $t_\beta$ , τότε:

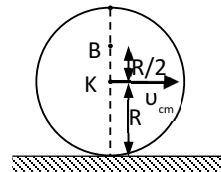


- α.  $t_\alpha > t_\beta$ .
- β.  $t_\alpha = t_\beta$ .
- γ.  $t_\alpha < t_\beta$ .

Μονάδες 4  
Μονάδες 6

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

5. [Ημερ. Λύκειο 2006] Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $u_{cm}$ . Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στην θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το  $K$  θα είναι



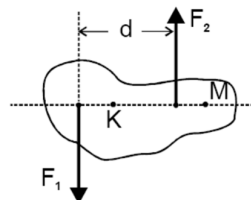
- α.  $\frac{3}{2}u_{cm}$ .
- β.  $\frac{2}{3}u_{cm}$ .
- γ.  $\frac{5}{2}u_{cm}$ .

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

6. [Εσπ. Λύκειο 2007] Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

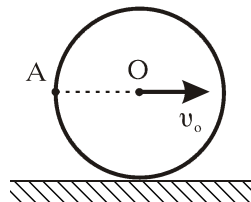


- α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.
- β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.
- γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.

Μονάδες 3  
Μονάδες 6

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

7. [Ημερ. Λύκειο 2009] Ο δίσκος του σχήματος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του  $O$  είναι  $u_0$ . Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο



- α.  $u_A = 2u_0$
- β.  $u_A = \sqrt{2}u_0$
- γ.  $u_A = u_0$ .

Μονάδες 3  
Μονάδες 5

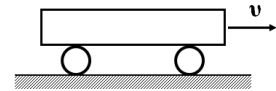
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

8. [Ομογενείς 2012] Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει. Οι κύλινδροι κυλούν στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά

α. 10 cm                                 β. 5 cm                                 γ. 20 cm

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή τιμή (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).



Μονάδες 8

9. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο 2016 (παλαιού τύπου)] Ένα μεταλλικό νόμισμα εκσφενδονίζεται κατακόρυφα προς τα άνω με αρχική ταχύτητα  $u_0$  και αρχική γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$ . Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε, όταν το νόμισμα φτάσει στο ανώτατο ύψος

- θα σταματήσει να περιστρέφεται.
- θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μικρότερη της αρχικής.
- θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση της αρχικής.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 5

10. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2016 (παλαιού τύπου)] Η αβαρής λεπτή ράβδος του παρακάτω σχήματος είναι οριζόντια και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το μέσον της  $K$ . Σε απόσταση  $d$  από τον άξονα περιστροφής βρίσκονται δύο μικρές μεταλλικές χάντρες ίδιας μάζας  $m$ , οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με νήμα. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται, οπότε οι χάντρες κολλάνε στα άκρα της ράβδου. Η νέα γωνιακή ταχύτητα με την οποία στρέφεται το σύστημα είναι:

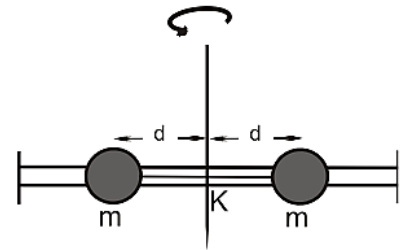
- μεγαλύτερη από την αρχική.
- μικρότερη από την αρχική.
- ίση με την αρχική.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6



11. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο 2018] Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας  $m$ , διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας  $K\Sigma = R$  με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα  $K\Lambda$ . Στο άκρο  $M$  του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη  $F$ , ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας  $m$  να γίνει  $K\Sigma' = R/2$ . Σε όλη την διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το έργο της δύναμης  $F$  για την μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας  $m$  θα είναι ίσο με:

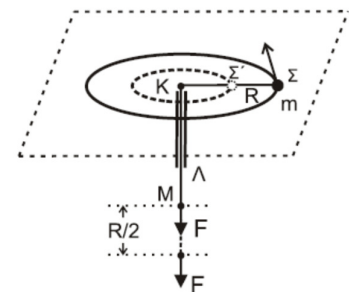
- $\frac{1}{2} m\omega^2 R^2$
- $\frac{2}{3} m\omega^2 R^2$
- $\frac{3}{2} m\omega^2 R^2$

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6



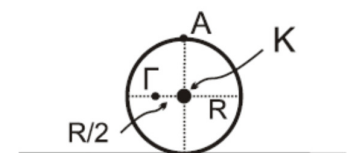
12. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο 2020 (νέο)] Ο τροχός ακτίνας  $R$  κυλίνει χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου  $u_{cm}$ . Έστω  $A$  το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και  $\Gamma$  ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση  $\Gamma K = R/2$  από το κέντρο  $K$  του τροχού,

όπως φαίνεται στο **σχήμα**. Ο λόγος  $\frac{u_\Gamma}{u_A}$  των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων  $\Gamma$  και  $A$  είναι ίσος με

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

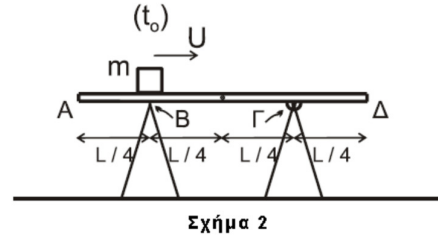
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\frac{\sqrt{5}}{4}$



β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

13. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2020 (νέο)] Ομογενής λεία και άκαμπτη σανίδα, μικρού πάχους, μάζας  $M$  και μήκους  $L$  ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια δύο υποστηρίγματα. Η κορυφή του ενός υποστηρίγματος συνδέεται μέσω άρθρωσης σε σημείο  $\Gamma$  της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της  $\Delta$  απόσταση  $\Gamma\Delta = \frac{L}{4}$ . Η ράβδος ακουμπά στην κορυφή  $B$  του άλλου στηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο της  $A$  απόσταση  $AB = \frac{L}{4}$  (Σχήμα 2).



Ένας μικρός κύβος μάζας  $m = 2M$ , τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , διέρχεται από το σημείο  $B$  με σταθερή ταχύτητα  $u$ , κινούμενος προς τα δεξιά χωρίς τριβές. Η σανίδα ανατρέπεται τη χρονική στιγμή  $t_1$ , η οποία είναι ίση με

- i.  $\frac{3L}{4u}$       ii.  $\frac{9L}{16u}$       iii.  $\frac{5L}{8u}$

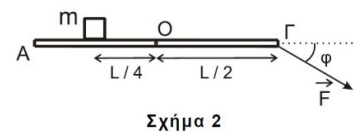
α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

14. [Ομογενείς 2020 (νέο)] Η λεπτή ράβδος  $AG$  (Σχήμα 2), μάζας  $M$  και μήκους  $L$ , μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το μέσο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή. Σε απόσταση από το μέσο  $O$  της ράβδου έχει τοποθετηθεί ομογενές σώμα μάζας  $m$  αμελητέων διαστάσεων. Στο άκρο  $\Gamma$  της ράβδου ασκείται δύναμη  $F$  που σχηματίζει γωνία  $\phi$  με την οριζόντια διεύθυνση και η ράβδος  $AG$  ισορροπεί στην οριζόντια θέση (Σχήμα 2). Το μέτρο της δύναμης  $F$  που ασκείται στο άκρο της ράβδου είναι ίσο με:



- i.  $\frac{mg}{2}$       ii.  $\frac{mg}{2\sin\phi}$       iii.  $\frac{mg}{2\eta\mu\phi}$

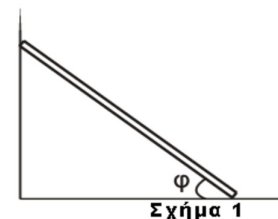
α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

15. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο 2021] Λεπτή ομογενής σκάλα βάρους  $w$  ισορροπεί, ακουμπώντας σε λείο κατακόρυφο τοίχο και τραχύ οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα 1. Εάν  $\mu$  ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου, τότε η ελάχιστη τιμή της επαπτομένης της γωνίας  $\phi$ , για την οποία η σκάλα ισορροπεί, είναι ίση με



- i.  $\epsilon\phi\phi = \frac{1}{\mu}$       ii.  $\epsilon\phi\phi = \frac{1}{2\mu}$       iii.  $\epsilon\phi\phi = \frac{3}{2\mu}$

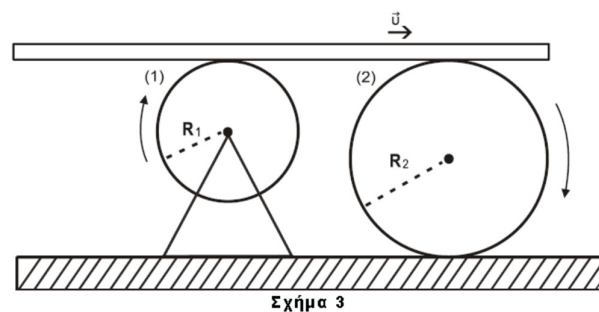
α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

16. [Ημερ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ. 2021] Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα  $\bar{u}$ , χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε δύο τροχούς (1) και (2) αντίστοιχα όπως στο σχήμα 3. Ο τροχός (1) ακτίνας  $R_1$  περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές και ο τροχός (2) ακτίνας  $R_2 = \lambda \cdot R_1$  (όπου  $\lambda > 1$ ) κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σανίδα σε χρόνο  $t$  έχει μετακινηθεί κατά  $x$  οι δύο τροχοί έχουν κάνει  $N_1$  και  $N_2$  περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών



των δύο κυλίνδρων είναι ίσος με:

- i.  $\lambda$       ii.  $2\lambda$       iii.  $4\lambda$

Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της κατά τη διάρκεια της κίνησης της πάνω στους δύο τροχούς.

α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

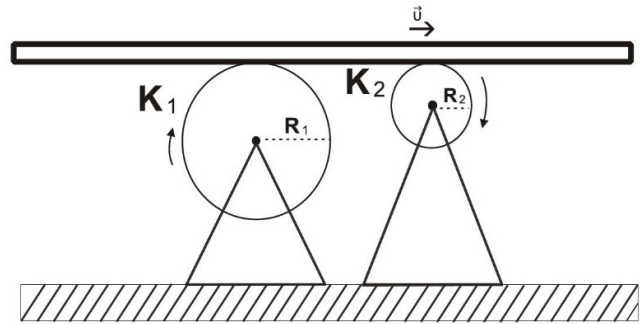
Μονάδες 2



β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 6

17. [Ομογενείς 2021] Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα  $\vec{u}$ , χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στους κυλίνδρους  $K_1$  και  $K_2$ , οι οποίοι έχουν ακτίνες  $R_1$  και  $R_2$  αντίστοιχα. Για τις ακτίνες των κυλίνδρων ισχύει  $R_1 = \lambda \cdot R_2$  με  $\lambda > 1$ . Οι κύλινδροι στρέφονται γύρω από σταθερούς οριζόντιους άξονες (Σχήμα 3). Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της με τους κυλίνδρους κατά την διάρκεια της κίνησής της επάνω σε αυτούς. Όταν η σανίδα μετακινηθεί κατά  $\Delta x$  σε χρόνο  $\Delta t$ , οι κύλινδροι  $K_1$  και  $K_2$  έχουν εκτελέσει  $N_1$  και  $N_2$  περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών  $\frac{N_2}{N_1}$  των δύο κυλίνδρων εί-



Σχήμα 3

ναι ίσος με:

- i.  $\frac{N_2}{N_1} = \lambda$       ii.  $\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\lambda}$       iii.  $\frac{N_2}{N_1} = 2\lambda$

α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 2

Μονάδες 7

**Θέμα Γ**

1. [Εσπ. Λύκειο 2002] Ομογενής δοκός AB μήκους  $L = 3 \text{ m}$  και βάρους  $w = 50 \text{ N}$  ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο A και στο σημείο Γ, που απέχει από το άλλο άκρο B απόσταση  $d = 0,5 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



A. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στην δοκό στα σημεία A και Γ.

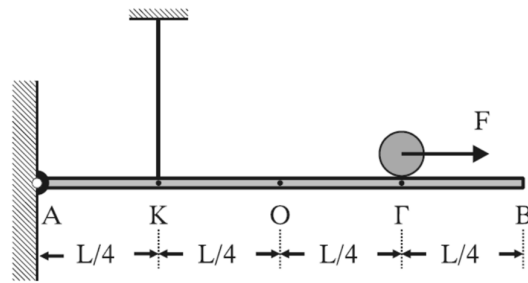
**Μονάδες 12**

Στο άκρο B της δοκού τοποθετείται σώμα βάρους  $w_1$  και παρατηρούμε ότι η δύναμη που ασκείται στην δοκό από το στηρίγμα στο άκρο A ελαττώνεται στο μισό.

B. Να υπολογίσετε το βάρος  $w_1$  του σώματος.

**Μονάδες 13**

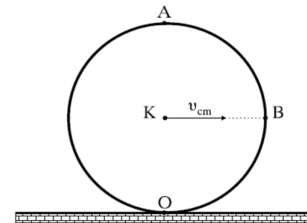
2. [Ημ. Λύκειο 2008] Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους  $L = 4 \text{ m}$  και μάζας  $M = 2 \text{ kg}$  ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο A της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο K της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας  $m = 2,5 \text{ kg}$ . Δίνονται  $AK = \frac{L}{4}$ ,  $AG = \frac{3L}{4}$ .



α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στην ράβδο.

**Μονάδες 6**

3. [Εσπ. Λύκειο 2010] Κυκλική στεφάνη ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  και μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας K είναι  $v_{cm} = 10 \text{ m/s}$ . Ο είναι το κατώτατο και A το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία KB είναι παράλληλη στο δάπεδο. Να υπολογίσετε:



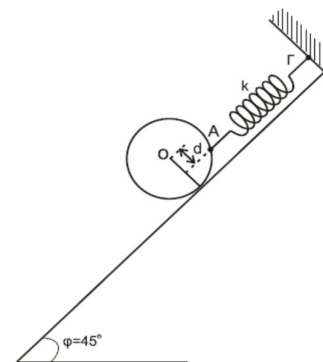
Γ1. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία O, A και B της στεφάνης.

**Μονάδες 9**

Γ2. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης.

**Μονάδες 4**

4. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2012] Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας  $M = 2\sqrt{2} \text{ kg}$  και ακτίνας R, είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  στο σημείο A και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία  $\phi = 45^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση  $d = \frac{R}{2}$  από το κέντρο (O) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



να στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.

Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

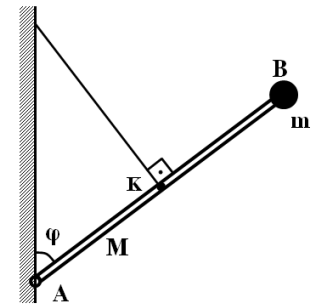
**Μονάδες 6**

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

**Μονάδες 6**

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $\eta_{\mu 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

5. [Ομογενείς 2012] Μια ομογενής ράβδος AB που έχει μήκος  $L = 3 \text{ m}$  και μάζα  $M = 6 \text{ kg}$  έχει στο ένα άκρο της B μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ . Η ράβδος στηρίζεται με το άλλο άκρο της A σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος συγκρατείται σε θέση ισορροπίας, σχηματίζοντας γωνία  $\phi$  με την κατακόρυφο, με νήμα το οποίο είναι συνδεδεμένο στον τοίχο και στο μέσο (K) της ράβδου και είναι κάθετο σε αυτήν, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:

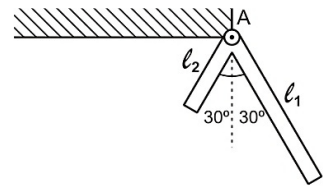


Μονάδες 7

- Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Δίνονται:  $\sin\phi = 0,8$ ,  $\eta\mu\phi = 0,6$ , και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

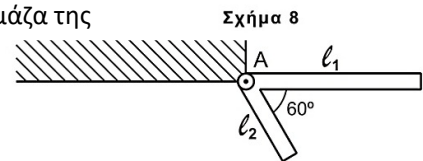
6. [Ημ. & Εσπ. Λύκειο Επαναλ 2015 (τροποποιημένη με πρόσθετα ερωτήματα τα Γ2 και Γ3)] Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους A και σχηματίζουν σταθερή γωνία  $60^\circ$  μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.



Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής.

Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο A, χωρίς τριβές.

Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι  $L_1 = 4 \text{ m}$  και  $L_2 = 2 \text{ m}$ , ενώ η μάζα της ράβδου  $L_2$  είναι  $m_2 = 10 \text{ kg}$ .



Σχήμα 8

- Γ1. Να υπολογίσετε την μάζα  $m_1$  της ράβδου μήκους  $L_1$ , εάν το σύστημα ισορροπεί, όταν οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 8.

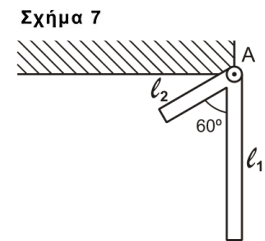
Μονάδες 5

- Γ2. Να υπολογίσετε την συνισταμένη ροπή του συστήματος ως προς το σημείο A, στην θέση του σχήματος 7, όπου η ράβδος  $L_1$  είναι οριζόντια.

Μονάδες 6

- Γ3. Να υπολογίσετε την συνισταμένη ροπή του συστήματος ως προς το σημείο A, στην θέση του σχήματος 9, όπου η ράβδος  $L_1$  είναι στην κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 6

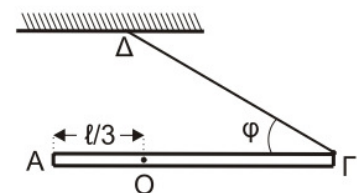


Σχήμα 7

Σχήμα 9

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

7. [Ημερ. & Εσπερ. Λύκειο 2016 (παλαιού τύπου)] Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $L = 1,2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 1 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στην ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο O σε απόσταση  $l/3$  από το άκρο A της ράβδου. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία  $\phi = 30^\circ$  με την ράβδο, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο Δ, όπως στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση.



- Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στην ράβδο και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, πριν κοπεί το νήμα.

Μονάδες 6

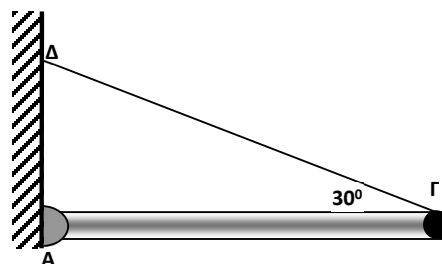
- Γ2. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε την ροπή που ασκείται στην ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής της την χρονική στιγμή κατά την οποία κόβεται το νήμα.

Μονάδες 4

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Θέμα Δ

1. [Ομογενείς 2004] Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1 m και βάρος 30 N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με την ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στην ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

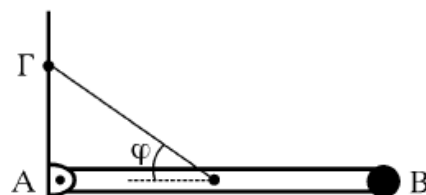
Μονάδες 8

Β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε την συσταμένη ροπή που δέχεται η ράβδος ως προς την άρθρωση Α, μόλις κοπεί το νήμα.

Μονάδες 6

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

2. [Εσπερ. Λύκειο 2005] Μια ομογενής ράβδος ΑΒ με μήκος  $l = 1$  m και μάζα  $M = 6$  kg, έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα  $m = 2$  kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με την βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσον της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία  $\phi = 30^\circ$  με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.

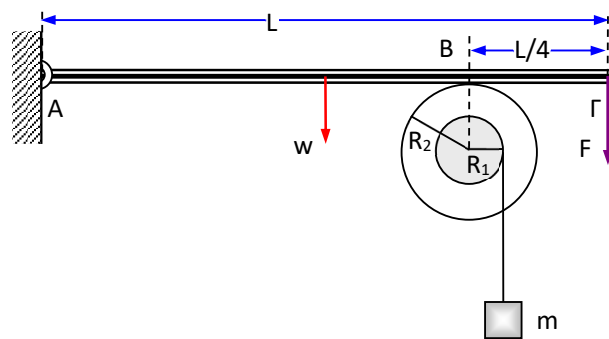


Α. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

3. [Ημερ. Λύκειο 2006 (τροποποιημένη)] Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος  $L$  και μάζα  $M = 3$  kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F$  μέτρου 9 N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1 = 0,1$  m και  $R_2 = 0,2$  m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $L/4$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας  $m = 1$  kg.



α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

Μονάδες 6

β. Αν το σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

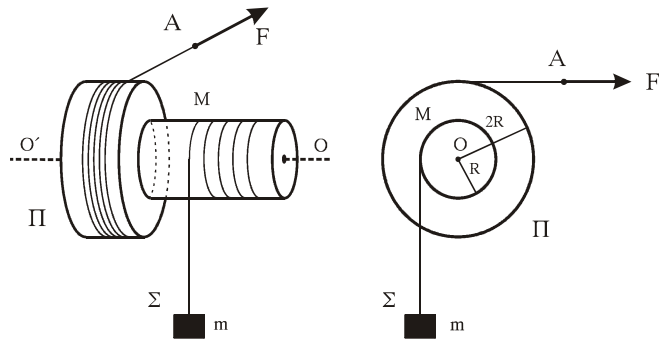
Μονάδες 6

γ. Να υπολογίσετε την δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση (μέτρο και κατεύθυνση)

Μονάδες 7

Δίνεται  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

4. [Ημερ. Λύκειο 2009] Στερεό Π μάζας  $M = 10 \text{ kg}$  αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , όπου  $R = 0,2 \text{ m}$  όπως στο σχήμα. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα  $O'O$ , που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας  $m = 20 \text{ kg}$  κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβάρους νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας  $R$ . Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα  $2R$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο  $A$  του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$ .

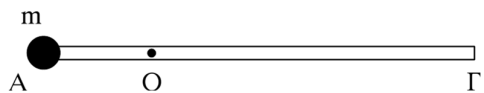


- α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης  $F_0$  που ασκείται στο ελεύθερο άκρο  $A$  του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Μονάδες 3

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

5. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2010] Λεπτή ομογενής ράβδος  $AG$  μήκους  $L$  και μάζας  $M$  μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στην ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο  $O$  της ράβδου. Η απόσταση του σημείου  $O$  από το  $A$  είναι  $L/4$ . Στο άκρο  $A$  της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα  $m$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ .

- Δ1. Να υπολογιστούν οι μάζες  $m$  και  $M$ .

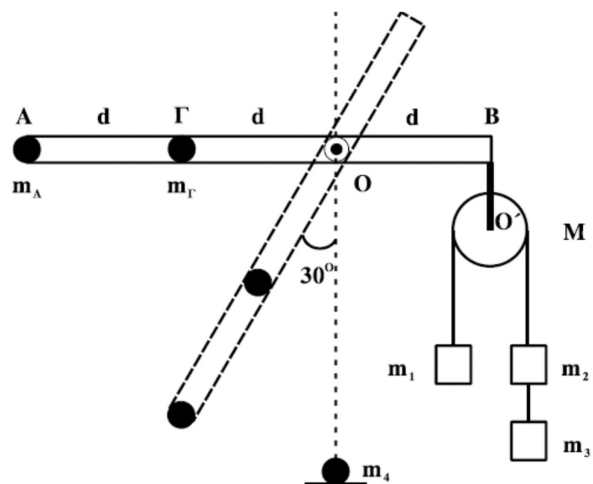
Μονάδες 5

- Δ2. Στην συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο  $\Gamma$ , ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στην ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε το μήκος  $L$  της ράβδου, αν την στιγμή που αφήνεται ελεύθερη η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής που δέχεται η ράβδος είναι ίση με  $30 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

6. [Ημερ. Λύκειο 2011] Αβαρής ράβδος μήκους  $3d$  ( $d = 1 \text{ m}$ ) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το  $O$ . Στο άκρο  $A$  που βρίσκεται σε απόσταση  $2d$  από το  $O$  υπάρχει σημειακή μάζα  $m_A = 1 \text{ kg}$  και στο σημείο  $\Gamma$ , που βρίσκεται σε απόσταση  $d$  από το  $O$  έχουμε επίσης σημειακή μάζα  $m_\Gamma = 6 \text{ kg}$ . Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο  $B$ , είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας  $M = 4 \text{ kg}$  από την οποία κρέμονται οι μάζες  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$ . Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα  $O'$ .



- Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με την ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το  $O'B$ , που συνδέει την τροχαλία με την ράβδο στο σημείο  $B$ .

- Δ2. Βρείτε την συνισταμένη ροπή που δέχεται η ράβδος ως προς το σημείο  $O$ , όταν αυτή σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφο.

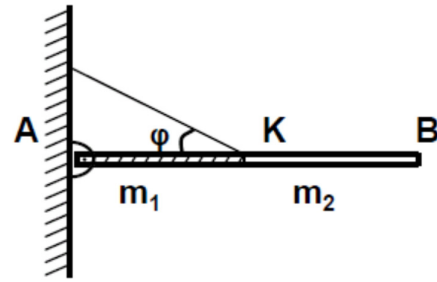
Μονάδες 7

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στην τροχαλία.

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta_{30^\circ} = 1/2$ .

7. [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2013] Μια ισοπαχής δοκός AB αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα AK και KB, μήκους  $\frac{L}{2}$  το καθένα, με μάζες  $m_1 = 5m_2$  και  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ , αντίστοιχα.

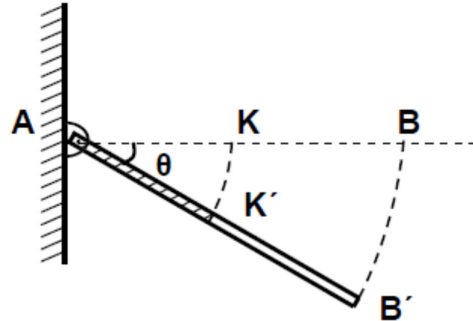
Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο K, ώστε να σχηματίζουν την δοκό AB μήκους  $L = 1 \text{ m}$ . Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της A να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσον της K συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία  $\phi = 30^\circ$  με την δοκό.



Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της A σε κατακόρυφο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης ροπής που δέχεται η ράβδος ως προς το σημείο A σε συνάρτηση με την γωνία  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ), που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση.

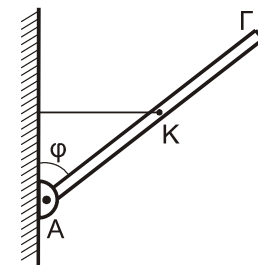


Μονάδες 7

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,

$$\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

8. [Ημερ. Λύκ. 2014] Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους  $L = 2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 5,6 \text{ kg}$  ισορροπεί με την βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο A της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Δίνεται  $\eta\mu\phi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$ .



Δ1. Να προσδιορίσετε την δύναμη  $\vec{F}$  που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μονάδες 4

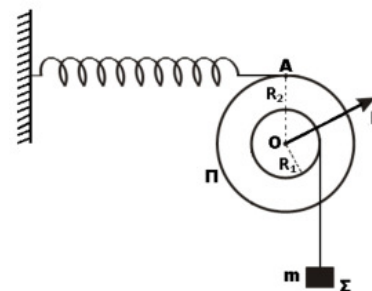
Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας  $m = 0,4 \text{ kg}$  και ακτίνας  $r = \frac{1}{70} \text{ m}$  κυλίνει χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο K προς το άκρο Γ.

Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε την σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με την ράβδο, από το σημείο K.

Μονάδες 5

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

9. [Ομογενείς 2014] Δύο συγκολλημένοι ομοαξονικοί κύλινδροι με ακτίνες  $R_1$  και  $R_2 = 2R_1$  αποτελούν το στερεό Π του σχήματος. Το στερεό έχει μάζα  $M = 25 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R_1 = 0,2 \text{ m}$ . Το στερεό μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονά του, χωρίς τριβές. Το σώμα Σ μάζας  $m = 50 \text{ kg}$  κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος που είναι τυλιγμένο πολλές φορές στον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$ . Με την βοήθεια οριζόντιου ελατηρίου το σύστημα ισορροπεί όπως στο σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.

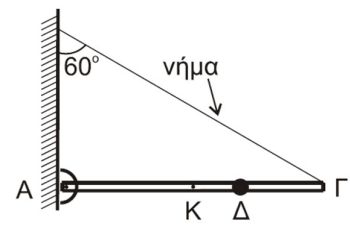
Μονάδες 5

Δ2. Να υπολογίσετε την δύναμη F (μέτρο, κατεύθυνση) που ασκεί ο άξονας στο στερεό.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι η επιτάχυνση βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 10.** [Ομογενείς 2015] Ομογενής δοκός ΑΓ με μήκος  $L = 3 \text{ m}$  και μάζας  $M = 6 \text{ kg}$  φέρει σώμα μικρών διαστάσεων μάζας  $m = 3 \text{ kg}$  στην θέση Δ, για την οποία ισχύει  $(\Delta\Gamma) = L/3$ . Η δοκός στηρίζεται με το άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα, που σχηματίζει γωνία  $\phi = 60^\circ$  με τον κατακόρυφο τοίχο και το σύστημα δοκός-σώμα ισορροπεί σε οριζόντια θέση.



- Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

Μονάδες 6

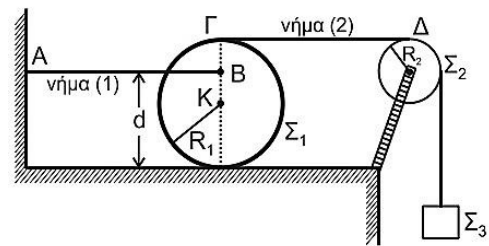
Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σύστημα αρχίζει να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου.

- Δ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης ροπής που δέχεται η ράβδος ως προς το σημείο Α, όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\theta = 60^\circ$  με την αρχική οριζόντια θέση της.

Μονάδες 7

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\sin 60^\circ = 1/2$ ,  $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- 11.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. 2016] Ομογενής δίσκος  $\Sigma_1$  έχει μάζα  $M_1 = 8 \text{ kg}$  και ακτίνα  $R_1 = 0,2 \text{ m}$ . Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση  $d = \frac{3}{2}R_1$  από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1). Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου  $\Sigma_1$  είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία  $\Sigma_2$ , μάζας  $M_2 = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R_2 = 0,1 \text{ m}$ . Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα  $\Sigma_3$ , μάζας  $M_3 = 1 \text{ kg}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

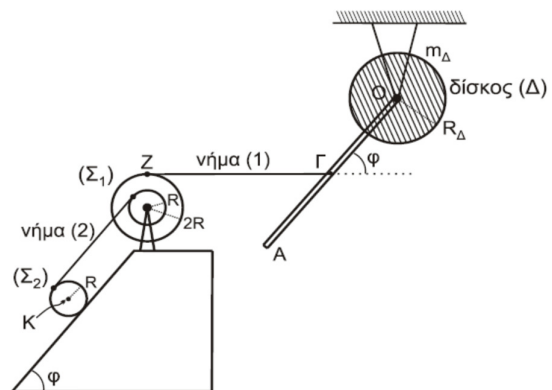
- Δ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στον δίσκο  $\Sigma_1$ .

Μονάδες 6

- Δ2.** Να υπολογίσετε την στατική τριβή (μέτρο και κατεύθυνση) του δίσκου με το έδαφος. [Δεν το ζητάει!]

- 12.** [Ημερ. Λύκειο 2018 (τροποποιημένη)] Λεπτή ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους  $L = 3 \text{ m}$  και μάζας  $M = 8 \text{ kg}$  είναι σταθερά συγκολλημένη με το ένα άκρο της Ο στο κέντρο ομογενούς δίσκου Δ μάζας  $m_\Delta = 4 \text{ kg}$  και ακτίνας

$R_\Delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$ . Το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων (ράβδου-δίσκου) μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ως ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου. Το μέσον Γ της ράβδου ΟΑ έχει δεθεί με την βοήθεια λεπτού οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος ΖΓ (νήμα (1)) με διπλή τροχαλία  $\Sigma_1$  και η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\phi$  με την προέκταση του οριζόντιου νήματος ΖΓ. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δύο ομογενείς συγκολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και 2R, όπου  $R = 0,2 \text{ m}$ . Ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), που είναι παράλληλο σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\phi$ , είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εσωτερικού δίσκου ακτίνας R της τροχαλίας  $\Sigma_1$  και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ενός ομογενούς κυλίνδρου  $\Sigma_2$  μάζας m και ακτίνας R, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα όλων των σωμάτων του σχήματος ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

**Δ1.** Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων (1) και (2), την δύναμη στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο και την μάζα  $m$  του κυλίνδρου.

Μονάδες 4

**Δ2.** Να υπολογίσετε την δύναμη στήριξης που δέχεται το σύστημα δίσκος - ράβδος από τον άξονα στο σημείο O.

Μονάδες 5

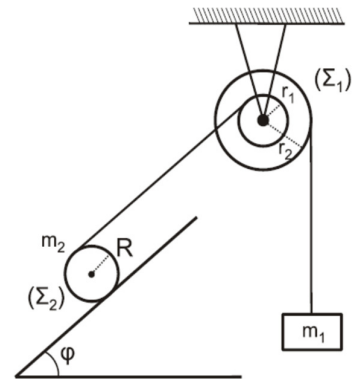
Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$
- $\eta\mu\phi = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\eta\phi = 0,6$ .

**13.** [Εσπερ. Λύκεια 2018 (τροποποιημένη)] Ομογενής κύλινδρος μάζας  $m_2$  και ακτίνας  $R$  βρίσκεται σε επαφή με κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi$ . Γύρω από το αυλάκι του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα. Το νήμα εξερχόμενο από το πάνω άκρο του κυλίνδρου, τυλίγεται στο εσωτερικό τμήμα μιας διπλής τροχαλίας, η οποία αποτελείται από δύο ομογενείς ομοαξονικούς και συγκολλημένους κυλίνδρους με συνολική μάζα  $M = 2 \text{ kg}$ . Από το νήμα που διέρχεται από τον εξωτερικό κύλινδρο κρέμεται σώμα μάζας  $m_1 = 3 \text{ kg}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι ακτίνες των κυλίνδρων της διπλής τροχαλίας είναι ίσες με  $r_1$  και  $r_2 = 2r_1$ .

Αρχικά το όλο σύστημα ισορροπεί.

**Δ1.** Να υπολογίσετε την δύναμη στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο και τις τάσεις των νημάτων (1) και (2).



Μονάδες 4

**Δ2.** Να υπολογίσετε την μάζα  $m_2$  και την δύναμη στήριξης που δέχεται το σύστημα της διπλής τροχαλίας από τον άξονα στήριξης στο κέντρο της.

Μονάδες 5

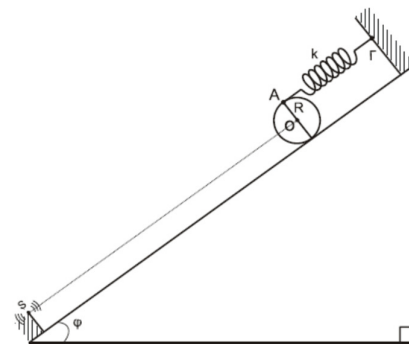
Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\eta\mu\phi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\eta\phi = 0,8$ .

**14.** [Ημερ. Λύκειο Επαναλ. & Ομογενείς 2018] Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας  $m$  και ακτίνας  $R = 0,1 \text{ m}$  είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  στο σημείο A και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης  $\phi$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 6. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι  $\Delta\ell = 0,06 \text{ m}$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε την μάζα του κυλίνδρου.

Μονάδες 5

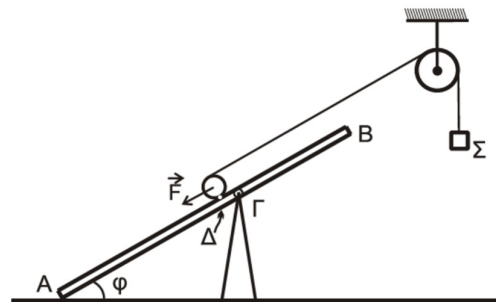
Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\eta\mu\phi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\eta\phi = 0,8$ .



Σχήμα 6

**15.** [Ημερ. Λύκεια 2019] Ομογενής, άκαμπτη και μικρού πάχους σανίδα AB μάζας  $M = 2 \text{ kg}$  και μήκους  $L = 4 \text{ m}$  ισορροπεί σε πλάγια θέση με την βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η σανίδα ακουμπά με το άκρο της A στο λείο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία  $\phi = 30^\circ$  με αυτό. Η σανίδα συνδέεται με την κορυφή του υποστηρίγματος με άρθρωση σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της B απόσταση  $(B\Gamma) = 1,5 \text{ m}$ . Η σανίδα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετος στο επίπεδο του σχήματος). Ομογενής κύλινδρος μάζας  $M_k = 2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R_k$

βρίσκεται σε επαφή με την σανίδα στο σημείο Δ, το οποίο απέχει από το Γ απόσταση  $(\Gamma\Delta) = 0,2 \text{ m}$ . Στο μέσον της επιφάνειας του κυλίνδρου, που φέρει ένα λεπτό αυλάκι, έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα Σ μικρών διαστάσεων μάζας  $M_\Sigma = 2 \text{ kg}$ . Το νήμα περνάει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας, την οποία έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο. Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία έχει διεύθυνση παράλληλη με τη



Σχήμα 7



σανίδα. Ασκούμε δύναμη  $\vec{F}$  στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου με διεύθυνση παράλληλη προς την διεύθυνση AB, ώστε το σύστημα κύλινδρος - τροχαλία - σώμα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.

**Δ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να υπολογίσετε την δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που δέχεται η ράβδος από το έδαφος στο σημείο A.

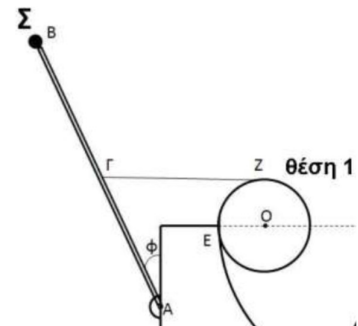
**Μονάδες 4**

**Δ3.** Να υπολογίσετε την δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση Γ.

**Μονάδες 8**

Δίνονται:  $\eta\mu\phi = 0,5$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**16.** [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2020 (παλαιό) (τροποποιημένο)] Στο σχήμα, ομογενής, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος AB μάζας  $M_1 = 6\text{ kg}$  και μήκους  $L = 1\text{ m}$ , στηρίζεται με άρθρωση στο ένα άκρο της A σε κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος. Στο άκρο B της ράβδου έχει στερεωθεί υλικό σημείο Σ μάζας  $m = 1\text{ kg}$ . Με αβαρές, λεπτό και μη εκτατό νήμα, έχουμε δέσει το μέσον Γ της ράβδου με το ανώτερο σημείο Z της περιφέρειας ομογενούς δίσκου μάζας  $M_2$  κέντρου O και ακτίνας  $r = 0,1\text{ m}$ . Ο δίσκος ακουμπάει στην κορυφή ακλόνητου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $KE = R = 2,8\text{ m}$  στο σημείο E αυτού (θέση 1), έτσι ώστε το στερεό που αποτελείται από την ράβδο και το υλικό σημείο Σ, καθώς και ο δίσκος, να ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, με την ράβδο να σχηματίζει γωνία  $\phi$  με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα είναι οριζόντιο και τεντωμένο και η ακτίνα OE του δίσκου είναι οριζόντια.



**Δ1.** Να υπολογίσετε:

- 1) το μέτρο της τάσης του νήματος ΓZ (Μονάδες 3)
- 2) την μάζα  $M_2$  του δίσκου (Μονάδες 2)

**Μονάδες 5**

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα ΓZ

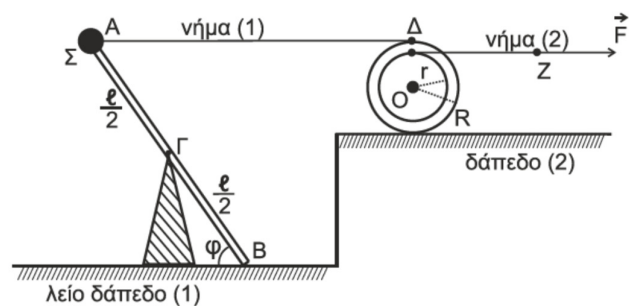
**Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης ροπής που δέχεται το στερεό που αποτελείται από την ράβδο και το υλικό σημείο Σ ως προς το σημείο A, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

**Μονάδες 5**

Δίνονται:  $\eta\mu\phi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\mu\phi = 0,8$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

**17.** [Ημερ. & Εσπερ. Λύκεια 2022](τροποποιημένη)

Λεπτή, άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος AB μάζας  $M_p = 3\text{ kg}$  και μήκους  $\ell = 2\text{ m}$ , φέρει στο άκρο της A σφαιρίδιο Σ μάζας  $m = 1\text{ kg}$ , αμελητέων διαστάσεων, και ισορροπεί σε πλάγια θέση με την βοήθεια κατακόρυφου υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει στο λείο οριζόντιο δάπεδο (1). Η ράβδος ακουμπά με το άκρο της B στο δάπεδο (1) σχηματίζοντας γωνία  $\phi$ , όπου  $\eta\mu\phi = 0,8$  και  $\sigma\upsilon\mu\phi = 0,6$ . Η κορυφή του υποστηρίγματος συνδέεται με την ράβδο στο μέσον της Γ με άρθρωση και το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετα στο επίπεδο του σχήματος). Με την βοήθεια του οριζόντιου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1) έχουμε συνδέσει το σφαιρίδιο Σ με το ανώτερο σημείο Δ ομογενούς τροχαλίας μάζας  $M_T = 7\text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,4\text{ m}$ . Η τροχαλία σε απόσταση  $r = 0,3\text{ m}$  από το κέντρο της O έχει ένα λεπτό κυκλικό αυλάκι στο οποίο έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα (2). Στο άκρο Z του νήματος (2) ασκούμε σταθερή δύναμη  $\vec{F}$ . Όλη η διάταξη ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



Σχήμα 6

**Δ1.** Αν το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (1) στο σφαιρίδιο Σ είναι  $10,5\text{ N}$ , να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο άκρο της B από το λείο δάπεδο (1).

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να υπολογίσετε την δύναμη F που τείνει το νήμα (2). [Δεν υπήρχε στην αρχική εκφώνηση]

**Μονάδες 6**