

# ΦΥΣΙΚΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΓΕΝΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ

### 1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

## ΘΕΩΡΙΑ

#### 1. Σύστημα αναφοράς

Σύστημα αναφοράς είναι ένα σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της θέσης των αντικειμένων, δηλαδή είναι ένα σύστημα παρακολούθησης της κίνησης.

#### 2. Κίνηση και ακινησία

Ένα σώμα κινείται όταν αλλάζει θέση ως προς ένα σύστημα αναφοράς που το θεωρούμε αυθαίρετα ακίνητο. Διαφορετικά το σώμα ηρεμεί (θεωρείται ακίνητο).

#### 3. Υλικό σημείο ή σημειακό αντικείμενο

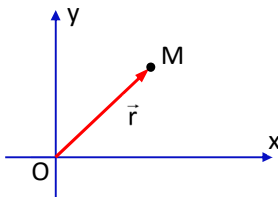
Υλικό σημείο ή σημειακό αντικείμενο ονομάζεται κάθε αντικείμενο το οποίο σε σχέση με το περιβάλλον του έχει τόσο μικρές διαστάσεις, ώστε να μπορούμε να τις θεωρήσουμε ασήμαντες.

#### 4. Θέση του κινητού

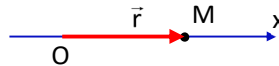
Η θέση ενός υλικού σημείου (κινητό) οποιαδήποτε χρονική στιγμή μπορεί να προσδιοριστεί με δύο τρόπους:

##### α. Με το διάνυσμα θέσης $\vec{r}$ :

Είναι το διάνυσμα που έχει αρχή την αρχή των αξόνων O και τέλος την θέση του κινητού.



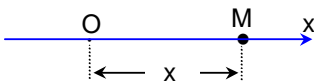
Διάνυσμα θέσης στο επίπεδο



Διάνυσμα θέσης σε άξονα

##### β. Με τις συντεταγμένες θέσης :

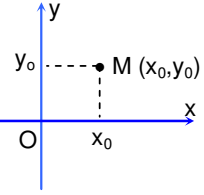
##### • Σημειακό αντικείμενο πάνω σε μία ευθεία :



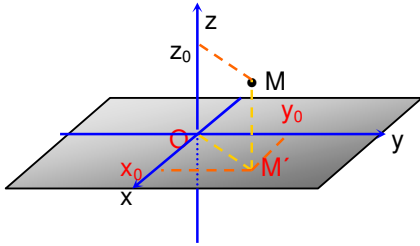
Η ευθεία είναι προσανατολισμένη αν μία από τις δύο κατευθύνσεις την θεωρήσουμε αυθαίρετα σαν θετική. Το σημείο M που είναι η συντεταγμένη θέσης του κινητού, ονομάζεται θέση του κινητού και συμβολίζεται με το γράμμα  $x$ . Το  $x$  θα είναι θετικό αν το κινητό βρίσκεται στο θετικό τμήμα της ευθείας και αρνητικό αν το κινητό βρίσκεται στο αρνητικό τμήμα ευθείας.

- Σημειακό αντικείμενο πάνω σε ένα επίπεδο :

Οι δύο κάθετοι άξονες αποτελούν ένα ορθογώνιο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς. Το  $x_0$  ονομάζεται τετμημένη του  $M$  και το  $y_0$  τεταγμένη του  $M$ . Το ζεύγος τιμών  $(x_0, y_0)$  που προσδιορίζουν την θέση του  $M$  στο επίπεδο ονομάζονται καρτεσιανές συντεταγμένες του  $M$ . Γενικότερα γράφουμε  $M(x, y)$ . Οι δύο άξονες χωρίζουν το επίπεδο σε τέσσερα τεταρτημόρια.



- Σημειακό αντικείμενο στο χώρο :



Οι τρεις κάθετοι μεταξύ τους άξονες αποτελούν ένα τρισσορογώνιο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Σ' αυτό η προβολή του σημείου  $M$  στο επίπεδο των αξόνων  $x$  και  $y$  είναι το σημείο  $M'$ . Η προβολή του  $M'$  στους άξονες  $x, y$  δίνει τις συντεταγμένες  $x_0$  και  $y_0$  (τετμημένη και τεταγμένη αντίστοιχα). Η προβολή του  $M$  στον άξονα  $z$  είναι η τρίτη συντεταγμένη  $z_0$  που λέγεται κατηγμένη. Άρα οι συντεταγμένες του σημείου  $M$  στον χώρο είναι στην γενική περίπτωση  $M(x, y, z)$ .

## 5. Χρονική στιγμή $t$ και χρονική διάρκεια (ή χρονικό διάστημα) $\Delta t$

Χρονική στιγμή  $t$  είναι η μέτρηση του χρόνου και δείχνει πότε συμβαίνει ένα γεγονός.

Χρονική διάρκεια (ή χρονικό διάστημα)  $\Delta t$  είναι η διαφορά δύο χρονικών στιγμών  $t_2, t_1$  ( $t_2 > t_1$ ) δηλαδή  $\Delta t = t_2 - t_1$ . Η χρονική διάρκεια (ή χρονικό διάστημα) δείχνει πόσο διαρκεί ένα γεγονός.

Συνήθως θεωρούμε  $t_1 = 0$  και  $t_2 = t$  άρα  $\Delta t = t$

## 6. Τροχιά κινητού

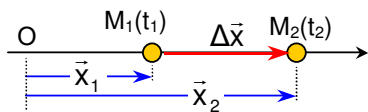
Τροχιά ενός κινητού (υλικού σημείου) ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς ονομάζεται η συνεχής (νοητή) γραμμή που αποτελεί το σύνολο των θέσεων του κινητού κατά την κίνησή του.

Η μορφή της τροχιάς δίνει και το όνομα στην κίνηση.

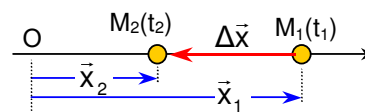
- Αν η τροχιά είναι ευθεία έχουμε ευθύγραμμη κίνηση.
- Αν η τροχιά είναι καμπύλη έχουμε καμπυλόγραμμη κίνηση. Ειδική περίπτωση της καμπυλόγραμμης κίνησης είναι η κυκλική κίνηση αν η τροχιά είναι κύκλος.

## 7. Μετατόπιση $\Delta \vec{x}$

Μετατόπιση ενός κινητού ονομάζεται το διάνυσμα  $\Delta \vec{x}$  που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική θέση.



Εικόνα 1



Εικόνα 2

Η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης είναι:  $\Delta x = x_2 - x_1$

**Παρατήρηση :** Η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης είναι θετική όταν το κινητό κινείται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα (όχι υποχρεωτικά στο θετικό τμήμα) όπως στην εικόνα 1 και αρνητική όταν το κινητό κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα (όχι υποχρεωτικά στο αρνητικό τμήμα) όπως στην εικόνα 2.

## 8. Διάστημα $s$ ή $\Delta s$

Διάστημα  $s$  ονομάζεται το μήκος της τροχιάς του κινητού. Αν το κινητό κάνει ευθύγραμμη κίνηση και δεν έχει αλλάξει φορά κίνησης είναι  $s = |\Delta \vec{x}|$

**Παρατήρηση:** Αν το κινητό αλλάξει φορά κίνησης τότε το διάστημα που έχει διανύσει είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της μετατόπισης, άρα  $s > |\Delta \bar{x}|$ . Το διάστημα τότε υπολογίζεται από το άθροισμα των επιμέρους διαστημάτων που αντιστοιχούν σε μετατοπίσεις χωρίς αλλαγή κατεύθυνσης, δηλαδή ισχύει η παρακάτω σχέση  $s = s_1 + s_2 + \dots = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots$

### 9. Εξίσωση κίνησης

Είναι η μαθηματική σχέση που δίνει την θέση ενός κινητού σαν συνάρτηση του χρόνου κίνησης, δηλαδή σχέση της μορφής:  $x = f(t)$ ,  $y = f(t)$ .

### 10. Εξίσωση τροχιάς

Είναι η μαθηματική σχέση που συνδέει τις συντεταγμένες θέσης ενός κινητού, δηλαδή σχέση της μορφής:  $y = f(x)$

### 11. Ταχύτητα

Η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος. Το μέτρο της μας δείχνει πόσο γρήγορα κινείται ένα σώμα. Η κατεύθυνση της ταχύτητας μας δείχνει προς τα που μετατοπίστηκε το σώμα. Μονάδα ταχύτητας στο σύστημα μονάδων S.I. είναι το 1 m/s. Χρησιμοποιείται και η μονάδα 1km/h (χιλιόμετρα ανά ώρα).

$$\text{ισχύει } 1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{10 \text{ m}}{36 \text{ s}} = 0,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ισχύει } 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3600} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**α. Μέση διανυσματική ταχύτητα  $\bar{u}_\mu$ :** Είναι το ηλίκο της μετατόπισης  $\Delta \bar{x}$  προς τον αντίστοιχο χρόνο  $\Delta t$ .

Άρα  $\bar{u}_\mu = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$ . Για το μέτρο  $u_\mu = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ . Η κατεύθυνση συμπίπτει με την κατεύθυνση της μετατόπισης  $\Delta \bar{x}$ .

**β. Μέση αριθμητική ταχύτητα  $\bar{u}$ :** Είναι το ηλίκο του διαστήματος  $s$  που διανύει το κινητό σε χρόνο  $\Delta t$  προς τον χρόνο αυτό. Άρα  $\bar{u} = \frac{s}{\Delta t}$ . Η μέση αριθμητική ταχύτητα είναι μονόμετρο μέγεθος.

**γ. Στιγμιαία ταχύτητα  $\bar{u}$ :** Είναι η τιμή στην οποία τείνει το ηλίκο  $\frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$  όταν η διάρκεια  $\Delta t$  τείνει στο μηδέν.

Είναι διάνυσμα και έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης.

Η αλγεβρική τιμή της είναι  $u = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ .

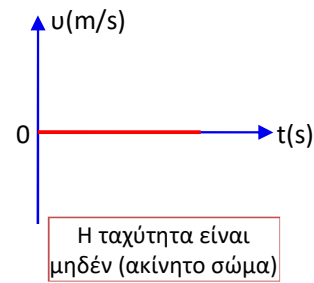
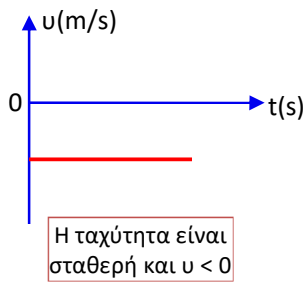
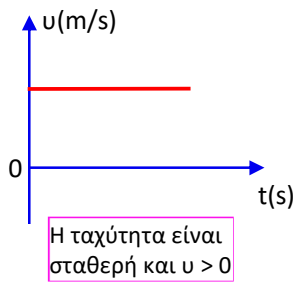
### 12. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

**α. Ορισμός:** Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι η κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή και στην οποία η στιγμιαία ταχύτητα είναι χρονικά σταθερή.

**β. Νόμοι της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης:**

- Νόμος της ταχύτητας:**  $\bar{u} = \text{σταθερή}$ . Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ .

Η ταχύτητα είναι θετική όταν το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα ανεξάρτητα από την θέση του ή αρνητική αν το κινητό κινείται προς τα αρνητικά του άξονα.



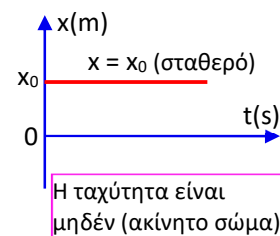
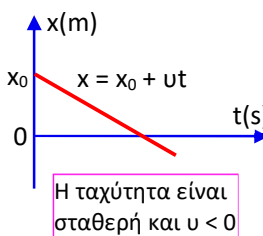
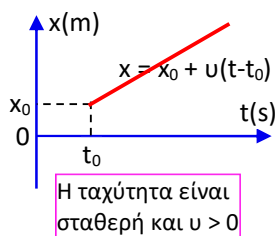
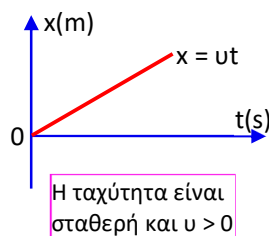
- **Εξίσωση κίνησης (ή εξίσωση της μετατόπισης):**  $x = x_0 + u(t - t_0)$

Απόδειξη

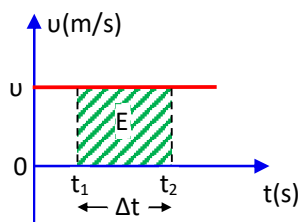
Από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας αν χρησιμοποιήσουμε την αλγεβρική τιμή θα είναι  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  άρα

$$u = \frac{x - x_0}{t - t_0} \text{ ή } x - x_0 = u(t - t_0) \text{ άρα } x = x_0 + u(t - t_0).$$

Αν θεωρήσουμε ότι  $t_0 = 0$  και  $x_0 = 0$  η εξίσωση παίρνει την πιο απλή μορφή  $x = u \cdot t$



- **Η μετατόπιση από διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου**



Από την γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο παρατηρούμε ότι το γινόμενο  $u \cdot \Delta t$  είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν  $E$  δηλαδή :

“ Το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης ταχύτητας – χρόνου, του άξονα των χρόνων και των καθέτων στις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$  είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση  $\Delta x$  του σώματος που αντιστοιχεί στην χρονική διάρκεια  $\Delta t$  (από  $t_1$  έως  $t_2$ )”

Αυτό ισχύει γενικότερα, όποια μορφή και να έχει η καμπύλη ταχύτητας – χρόνου.

### 13. Επιτάχυνση $\vec{a}$

Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος. Το μέτρο της μας δείχνει πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος. Η κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας είναι η κατεύθυνση της. Μονάδα επιτάχυνσης στο σύστημα μονάδων S.I. είναι το  $1 \text{ m/s}^2$ .

α. **Μέση επιτάχυνση  $\vec{a}_\mu$**  : Είναι το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta \vec{u}$  προς την χρονική διάρκεια  $\Delta t$

στην οποία έγινε η μεταβολή, άρα  $\vec{a}_\mu = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t}$ .

Είναι διάνυσμα και έχει την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας.

β. **Στιγμαία επιτάχυνση**  $\bar{a}$ : Είναι η οριακή τιμή του πηλίκου  $\frac{\Delta \bar{u}}{\Delta t}$  όταν ο χρόνος  $\Delta t$  τείνει στο μηδέν.

Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι  $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}$ :

Η επιτάχυνση είναι διάνυσμα και η κατεύθυνσή της είναι ίδια με την κατεύθυνση του  $\Delta \bar{u}$ .

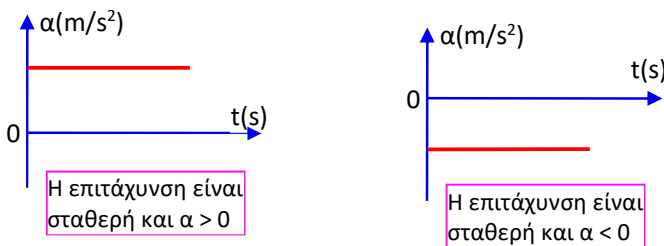
**Παρατήρηση:** αν η επιτάχυνση προκύψει με αρνητικό πρόσημο τότε ονομάζεται **επιβράδυνση** και προκαλεί μείωση της ταχύτητας.

#### 14. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

α. **Ορισμός:** Είναι η κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή και σε ίσα χρονικά διαστήματα συμβαίνουν ίσες μεταβολές της ταχύτητας. Άρα η επιτάχυνση είναι σταθερή και η στιγμιαία επιτάχυνση συμπίπτει με την μέση επιτάχυνση.

β. **Νόμοι της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης:**

- **Νόμος επιτάχυνσης:**  $\alpha = \text{σταθερή}$ . Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι  $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t}$ .



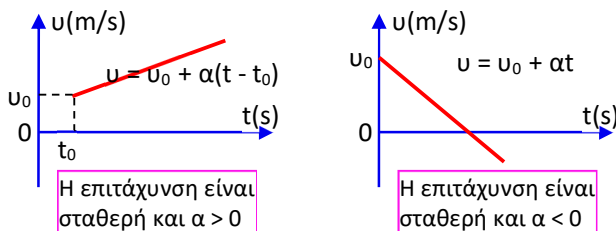
- **Νόμος της ταχύτητας:**  $u = u_0 + \alpha(t - t_0)$

Απόδειξη

Αν τις χρονικές στιγμές  $t_0$  και  $t$  ένα κινητό έχει ταχύτητες  $u_0$  και  $u$  αντίστοιχα ισχύει:  $\alpha = \alpha_{\text{μ}} = \frac{u - u_0}{t - t_0}$  άρα

$u - u_0 = \alpha(t - t_0)$  επομένως  $u = u_0 + \alpha(t - t_0)$ .

Αν δεχτούμε ότι  $t_0 = 0$  τότε έχουμε:  $u = u_0 + \alpha \cdot t$



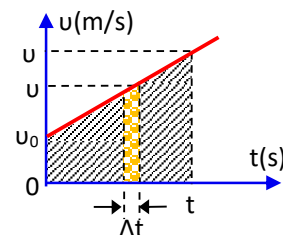
Αν ένα κινητό ξεκινάει από την ηρεμία και κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση τότε ο νόμος της ταχύτητας γίνεται:  $u = \alpha \cdot t$ .

- **Εξίσωση κίνησης ( ή εξίσωση της μετατόπισης ):**  $\Delta x = u_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t^2$

Απόδειξη

Αν θεωρήσουμε το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου τότε για μικρή χρονική διάρκεια  $\Delta t$  η ταχύτητα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και το έντονα (▨) γραμμοσκιασμένο εμβαδόν είναι  $\Delta x = u \cdot \Delta t$ , δηλαδή αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση  $\Delta x$ . Άρα γενικότερα το εμβαδόν του τραapeζίου του διαγράμματος (▧) θα είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση  $\Delta x$ .

Αν θεωρήσουμε ότι  $t_0 = 0$  τότε  $\Delta t = t$ .



Άρα θα έχουμε:  $\Delta x = (\text{Εμβαδόν τραπεζίου})$  δηλαδή  $\Delta x = \frac{(u_0 + u) \cdot t}{2}$ .

Αλλά για την ταχύτητα  $u$  ισχύει  $u = u_0 + \alpha \cdot t$  άρα αν αντικαταστήσουμε είναι  $\Delta x = \frac{(u_0 + u_0 + \alpha \cdot t) \cdot t}{2}$  άρα

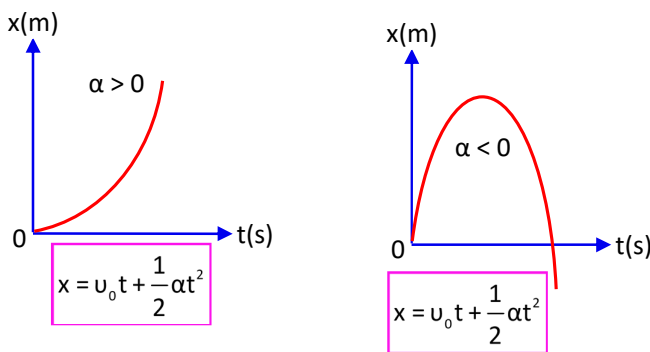
$\Delta x = \frac{(2u_0 + \alpha \cdot t) \cdot t}{2}$  ή  $\Delta x = \frac{2u_0 t + \alpha t^2}{2}$  άρα  $\Delta x = u_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ . Αυτή είναι η εξίσωση κίνησης για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Γενικότερα η εξίσωση γράφεται:  $\Delta x = u_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \cdot \Delta t^2$  ή  $x = x_0 + u_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2$ .

Αν το κινητό την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0$  τότε η εξίσωση κίνησης γράφεται:

$$x = x_0 + u_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2.$$

Αν θεωρήσουμε  $t_0 = 0$  και  $x_0 = 0$ , η γραφική παράσταση της σχέσης  $x = u_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$  είναι:



#### γ. Σχέση ταχύτητας και μετατόπισης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση:

Η ταχύτητα του κινητού δίνεται από την σχέση  $u = u_0 + \alpha \cdot \Delta t$ . Αν λύσουμε αυτή την σχέση ως προς την χρονική διάρκεια  $\Delta t$  έχουμε:  $\Delta t = \frac{u - u_0}{\alpha}$  ❶

Η μετατόπιση του κινητού δίνεται από την σχέση  $\Delta x = u_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$ . Αν σ' αυτή αντικαταστήσουμε την

❶ έχουμε:  $\Delta x = u_0 \left( \frac{u - u_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{u - u_0}{\alpha} \right)^2$  επομένως  $\Delta x = \frac{u u_0 - u_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2} \alpha \frac{u^2 - 2u u_0 + u_0^2}{\alpha^2}$  άρα

$$2 \cdot \alpha \cdot \Delta x = 2 \cdot u \cdot u_0 - 2 \cdot u_0^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot u_0 + u_0^2 \text{ ή } 2 \cdot \alpha \cdot \Delta x = u^2 - u_0^2 \text{ επομένως } u^2 = u_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta x.$$

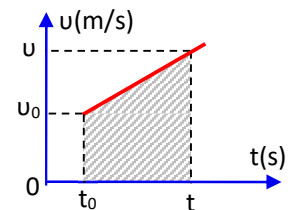
Η σχέση αυτή γράφεται και στη μορφή:  $\Delta x = \frac{u^2 - u_0^2}{2\alpha}$ .

#### δ. Θεώρημα Merton:

Γνωρίζουμε ότι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν στο διάγραμμα  $u - t$  είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση  $\Delta x$ . Άρα για χρονική διάρκεια  $\Delta t = t - t_0$  έχουμε:

$\Delta x = \frac{(u_0 + u) \Delta t}{2}$ . Η σχέση αυτή συνδέει την ταχύτητα και τον χρόνο με την μετα-

τόπιση και δεν περιέχει την επιτάχυνση  $\alpha$ .



# Ερωτήσεις Αξιολόγησης στο Κεφάλαιο 1.1

## A. Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Στις παρακάτω ερωτήσεις βάλτε σε κύκλο το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

- Μία κίνηση χαρακτηρίζεται σαν ευθύγραμμη ομαλή όταν:
  - Το διάνυσμα της ταχύτητας παραμένει σταθερό
  - Το διάνυσμα της επιτάχυνσης παραμένει σταθερό
  - Το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό
  - Το μέτρο της επιτάχυνσης παραμένει σταθερό
- Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:
  - Η ταχύτητα είναι σταθερή
  - Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός
  - Ο ρυθμός μεταβολής του διαστήματος είναι σταθερός
  - Το διάστημα είναι ανάλογο του χρόνου
- Η επιτάχυνση ενός κινητού εκφράζει το:
  - Πόσο γρήγορα αυξάνεται το διάστημα
  - Πηλίκο του διαστήματος δια του χρόνου
  - Πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η ταχύτητα
  - Πόσο γρήγορα κινείται το κινητό
- Μια διαφορά μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης είναι ότι:
  - Το ένα είναι μέγεθος μονόμετρο και το άλλο διανυσματικό
  - Έχουν πάντα διαφορετική φορά
  - Το ένα εκφράζει το πόσο γρήγορα αλλάζει η μετατόπιση, ενώ το άλλο, πόσο γρήγορα αλλάζει η ταχύτητα
  - Η ταχύτητα είναι δύναμη ενώ η επιτάχυνση δεν είναι.
- Η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα μεταβάλλεται από  $x = -10$  m σε  $x = 5$  m σε χρονική διάρκεια 5 s. Για το μέτρο της ταχύτητάς του και την κατεύθυνση της κίνησής του ισχύει:
  - $v_{\mu} = 3$  m/s προς τα αρνητικά του άξονα.
  - $v_{\mu} = 1$  m/s προς τα θετικά του άξονα.
  - $v_{\mu} = 1$  m/s προς τα αρνητικά του άξονα.
  - $v_{\mu} = 3$  m/s προς τα θετικά του άξονα.
- Η ταχύτητα ενός κινητού που κάνει ευθύγραμμη κίνηση ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί. Μετά το κινητό συνεχίζει την κίνησή του σε αντίθετη κατεύθυνση.
  - Το διάστημα που διανύει το κινητό συνέχεια αυξάνεται.
  - Το διάστημα που διανύει το κινητό συνέχεια αυξάνεται και όταν γυρίσει προς τα πίσω συνέχεια μειώνεται.
  - Η μετατόπιση του κινητού συνέχεια αυξάνεται.
  - Το διάστημα που διανύει το κινητό συνέχεια μειώνεται.

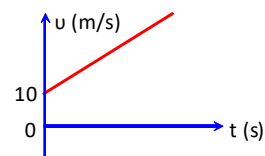
## B. Ερωτήσεις Σωστού - Λάθους

- Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα. Να χαρακτηρίσετε με Σ για Σωστό και Λ για Λάθος τις προτάσεις.
  - Αν το διάστημα που διανύει ένα κινητό είναι μηδέν τότε και η μετατόπιση είναι μηδέν.
  - Αν η μετατόπιση είναι μηδέν τότε το κινητό είναι ακίνητο.
  - Αν η μετατόπιση ενός κινητού είναι μηδέν και το διάστημα είναι μηδέν.
  - Το διάστημα είναι πάντα μεγαλύτερο ή ίσο με το μέτρο της μετατόπισης ενός κινητού.
  - Αν το διάστημα είναι μηδέν τότε το κινητό είναι ακίνητο.

## Γ. Ερωτήσεις συμπλήρωσης

Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις

8. Η επιτάχυνση ενός κινητού εκφράζει το πόσο ..... μεταβάλλεται το ..... της ταχύτητας.
9. Ένα σώμα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω, φτάνει σε ύψος 10 m και επιστρέφει στο έδαφος.  
 α. Η μετατόπιση του σώματος κατά την άνοδο είναι .....  
 β. Το διάστημα που διανύει το σώμα κατά την άνοδο είναι .....  
 γ. Η ολική μετατόπιση του σώματος είναι .....  
 δ. Το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα είναι .....
10. Η μέση ταχύτητα ενός κινητού εκφράζει το πόσο ..... κινείται.
11. Στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι μεγέθη ..... ενώ στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι μεγέθη .....
12. Η κίνηση ενός αυτοκινήτου περιγράφεται από την γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου:  
 α. Το είδος της κίνησης είναι .....  
 β. Η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι .....  
 γ. Η κλίση της ευθείας εκφράζει .....

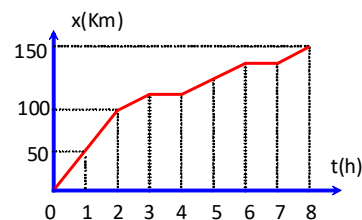


## Δ. Ερωτήσεις συνδυασμού ανοικτού και κλειστού τύπου

13. Με βάση τον διπλανό πίνακα μετρήσεων :
- α. Να γίνει η γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου  
 β. Η κίνηση είναι :  
 ❶ Ευθύγραμμη ομαλή.    ❷ Ομαλά επιταχυνόμενη.  
 Δικαιολογήστε την απάντησή σας.  
 γ. Η αρχική ταχύτητα του κινητού είναι ..... m/s

t (s)	u (m/s)
0	0
4.9	1
15	3
20.1	4

14. Με βάση την διπλανή γραφική παράσταση απόστασης - χρόνου σε ευθύγραμμη κίνηση να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:  
 α. Ποια είναι η μέση ταχύτητα του κινητού σε όλη την διαδρομή;  
 β. Το κινητό κινήθηκε πιο γρήγορα κατά το χρονικό διάστημα:  
 ❶ 0-1h    ❷ 2-3 h    ❸ 6-7 h  
 γ. Η στιγμιαία ταχύτητά του την χρονική στιγμή 0,3 s είναι:  
 ❶ 50 m/s    ❷ 1/50 km/h    ❸ 50 km/h    ❹ τίποτα από τα παραπάνω





# Λυμένα παραδείγματα στο Κεφ 1.1

## 1. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

### Παράδειγμα 1. Μετατόπιση και διάστημα

Ένα κινητό ξεκινάει από την θέση  $x_0 = 0$  (σημείο O) και κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$  μέχρι την θέση  $x_1 = 30$  m (σημείο A) και συνεχίζει μέχρι την θέση  $x_2 = 40$  m (σημείο B). Στη συνέχεια κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση μέχρι την θέση  $x_3 = -20$  m (σημείο Γ). Να υπολογιστεί η μετατόπιση και το διάστημα στις μετακινήσεις: **α.** A→B, **β.** B→Γ, **γ.** A→B→Γ, **δ.** O→B→O.

#### Λύση

#### α. Κίνηση A→B

Μετατόπιση:  $\Delta x_1 = x_2 - x_1 = 40 \text{ m} - 30 \text{ m} = 10 \text{ m}$

Διάστημα:  $s_1 = \text{μήκος τροχιάς (AB)} = 10 \text{ m}$

Ισχύει  $\Delta x_1 = s_1$  (συνεχώς θετική φορά)

#### β. Κίνηση B→Γ

Μετατόπιση:  $\Delta x_2 = x_3 - x_2 = -20 \text{ m} - 40 \text{ m} = -60 \text{ m}$

Διάστημα:  $s_2 = \text{μήκος τροχιάς (BΓ)} = 60 \text{ m}$

Ισχύει  $\Delta x_2 = -s_2$  (συνεχώς αρνητική φορά)

#### γ. Κίνηση A→B→Γ

Μετατόπιση:  $\Delta x_3 = x_3 - x_1 = -20 \text{ m} - 30 \text{ m} = -50 \text{ m}$

Διάστημα:  $s_3 = \text{μήκος τροχιάς (ABΓ)} = (AB) + (BΓ) = 10 \text{ m} + 60 \text{ m} = 70 \text{ m}$

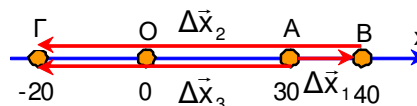
Ισχύει  $\Delta x_3 < s_3$  (έχουμε αλλαγή φοράς)

#### δ. Κίνηση O→B→O

Μετατόπιση:  $\Delta x_4 = x_0 - x_0 = 0 - 0 = 0$

Διάστημα:  $s_4 = \text{μήκος τροχιάς (OBO)} = (OB) + (BO) = 40 \text{ m} + 40 \text{ m} = 80 \text{ m}$

Ισχύει  $\Delta x_4 < s_4$  (έχουμε αλλαγή φοράς)



### Παράδειγμα 2. Μέση ταχύτητα

Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$ . Το κινητό βρίσκεται στις θέσεις που φαίνονται στον πίνακα τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές.

Θέση	O	A	B	O	Γ
$x$ (m)	0	4	10	0	-6
$t$ (s)	0	2	4	8	12

Να υπολογιστεί η μέση διανυσματική ταχύτητα στην χρονική διάρκεια:

**α.** Από 0 έως 2 s, **β.** από 2 s έως 4 s, **γ.** από 0 έως 8 s, **δ.** από 2 s έως 12 s.

#### Λύση

#### α. Χρονική διάρκεια από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 2$ s

Οι αντίστοιχες θέσεις είναι  $x_0 = 0$  και  $x_1 = 4$  m

$$\text{Άρα } u_{\mu} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{4 \text{ m} - 0}{2 \text{ s} - 0} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

#### β. Χρονική διάρκεια από $t_1 = 2$ s έως $t_2 = 4$ s

Οι αντίστοιχες θέσεις είναι  $x_1 = 4$  m και  $x_2 = 10$  m

$$\text{Άρα } u_{\mu} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{10 \text{ m} - 4 \text{ m}}{4 \text{ s} - 2 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{6 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ. Χρονική διάρκεια από  $t_0 = 0$  έως  $t_3 = 8 \text{ s}$

Οι αντίστοιχες θέσεις είναι  $x_0 = 0$  και  $x_3 = 0$

$$\text{Άρα } u_{\mu} = \frac{x_3 - x_0}{t_3 - t_0} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{0 - 0}{8 \text{ s} - 0} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{0}{8 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = 0$$

δ. Χρονική διάρκεια από  $t_1 = 2 \text{ s}$  έως  $t_4 = 12 \text{ s}$

Οι αντίστοιχες θέσεις είναι  $x_1 = 4 \text{ m}$  και  $x_4 = -6 \text{ m}$

$$\text{Άρα } u_{\mu} = \frac{x_4 - x_1}{t_4 - t_1} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{-6 \text{ m} - 4 \text{ m}}{12 \text{ s} - 2 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{-10 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Παρατήρηση:** Ο υπολογισμός αφορά στην διανυσματική μέση ταχύτητα. Συνήθως χρησιμοποιούμε την αριθμητική μέση ταχύτητα.

### Παράδειγμα 3. Μέση ταχύτητα

Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$ . Το κινητό έχει εξίσωση κίνησης  $x = -20 + 2t^2$  ( $t$  σε  $s$ ,  $x$  σε  $m$ ). Να υπολογιστεί η μέση διανυσματική ταχύτητα στην χρονική διάρκεια:

α. Από  $0$  έως  $2 \text{ s}$ , β. από  $2 \text{ s}$  έως  $5 \text{ s}$ .

#### Λύση

α. Χρονική διάρκεια από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 2 \text{ s}$

Από την εξίσωση κίνησης για  $t_0 = 0$  έχουμε  $x_0 = -20 + 2 \cdot (0)^2 \Rightarrow x_0 = -20 \text{ m}$ ,

για  $t_1 = 2 \text{ s}$  έχουμε  $x_1 = -20 + 2 \cdot (2)^2 \Rightarrow x_1 = -12 \text{ m}$ .

$$\text{Άρα } u_{\mu} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{-12 \text{ m} - (-20 \text{ m})}{2 \text{ s} - 0} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β. Χρονική διάρκεια από  $t_1 = 2 \text{ s}$  έως  $t_2 = 5 \text{ s}$

Από την εξίσωση κίνησης για  $t_1 = 2 \text{ s}$  έχουμε  $x_1 = -20 + 2 \cdot (2)^2 \Rightarrow x_1 = -12 \text{ m}$ ,

για  $t_2 = 5 \text{ s}$  έχουμε  $x_2 = -20 + 2 \cdot (5)^2 \Rightarrow x_2 = 30 \text{ m}$ .

$$\text{Άρα } u_{\mu} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{30 \text{ m} - (-12 \text{ m})}{5 \text{ s} - 2 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = \frac{42 \text{ m}}{3 \text{ s}} \Rightarrow u_{\mu} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Παρατήρηση:** Ο υπολογισμός αφορά στην διανυσματική μέση ταχύτητα. Συνήθως χρησιμοποιούμε την αριθμητική μέση ταχύτητα.

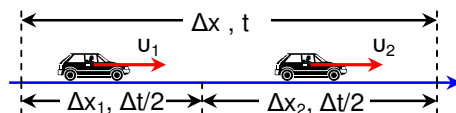
### Παράδειγμα 4. Μέση ταχύτητα

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και διανύει ορισμένη μετατόπιση σε ορισμένη χρονική διάρκεια. Στο πρώτο μισό της συνολικής διάρκειας κινείται με ταχύτητα  $u_1 = 40 \text{ m/s}$  και στο δεύτερο μισό με ταχύτητα  $u_2 = 60 \text{ m/s}$ . Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα για ολόκληρη την διαδρομή.

#### Λύση

Θεωρούμε ότι  $\Delta x$  είναι η συνολική μετατόπιση του κινητού στην συνολική χρονική διάρκεια  $\Delta t$ .  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  είναι οι μετατοπίσεις του κινητού στο πρώτο μισό  $\Delta t/2$  και στο δεύτερο μισό  $\Delta t/2$  αντίστοιχα.

$$\text{Είναι } \Delta x_1 = u_1 \cdot \Delta t/2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{u_1 \Delta t}{2} \text{ και } \Delta x_2 = u_2 \cdot \Delta t/2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{u_2 \Delta t}{2}$$



$$\text{Η ολική μετατόπιση είναι } \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{u_1 \Delta t}{2} + \frac{u_2 \Delta t}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{u_1 \Delta t + u_2 \Delta t}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{(u_1 + u_2) \Delta t}{2}$$

$$\text{Η μέση ταχύτητα είναι } u_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow u_\mu = \frac{(u_1 + u_2) \Delta t}{2 \Delta t} \Rightarrow u_\mu = \frac{u_1 + u_2}{2}.$$

$$\text{Άρα } u_\mu = \frac{40 \text{ m/s} + 60 \text{ m/s}}{2} \Rightarrow u_\mu = 50 \text{ m/s}.$$

### Παράδειγμα 5. Μέση ταχύτητα

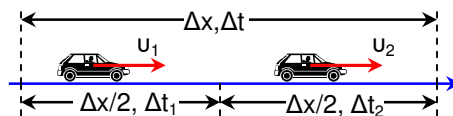
Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και διανύει δύο ίσες διαδοχικές μετατοπίσεις με ταχύτητες  $u_1 = 40 \text{ m/s}$  και  $u_2 = 60 \text{ m/s}$  αντίστοιχα με την ίδια φορά. Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα για ολόκληρη την διαδρομή.

#### Λύση

Θεωρούμε ότι  $\Delta x$  είναι η συνολική μετατόπιση του κινητού στην συνολική χρονική διάρκεια  $\Delta t$  και  $\Delta x/2$ ,  $\Delta x/2$  οι μετατοπίσεις του κινητού στην πρώτη χρονική διάρκεια  $\Delta t_1$  και στην δεύτερη χρονική διάρκεια  $\Delta t_2$  αντίστοιχα.

$$\text{Είναι } \Delta x/2 = u_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x}{2u_1}$$

$$\text{και } \Delta x/2 = u_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{2u_2}$$



$$\text{Η ολική χρονική διάρκεια είναι } \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{2u_1} + \frac{\Delta x}{2u_2} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x \times u_2 + \Delta x \times u_1}{2u_1 u_2} \Rightarrow \Delta t = \frac{(u_1 + u_2) \Delta x}{2u_1 u_2}$$

$$\text{Η μέση ταχύτητα είναι } u_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow u_\mu = \frac{\Delta x}{\frac{(u_1 + u_2) \Delta x}{2u_1 u_2}} \Rightarrow u_\mu = \frac{2u_1 u_2}{u_1 + u_2}.$$

$$\text{Άρα } u_\mu = \frac{2 \cdot 40 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ m/s}}{40 \text{ m/s} + 60 \text{ m/s}} \Rightarrow u_\mu = 48 \text{ m/s}.$$

### Παράδειγμα 6. Διαγράμματα

Το διάγραμμα της θέσης ενός σώματος που κινείται πάνω στον άξονα  $x$ , σε συνάρτηση με τον χρόνο, φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.

#### Λύση

Από το διάγραμμα θέσης - χρόνου βλέπουμε ότι το σώμα εκτελεί τρεις διαδοχικές κινήσεις.

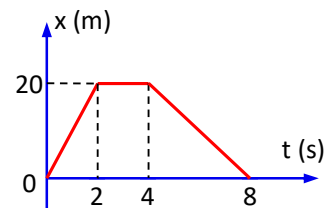
Η πρώτη κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή. Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_1 = t_1 - t_0 \Rightarrow \Delta t_1 = 2 \text{ s} - 0 \Rightarrow \Delta t_1 = 2 \text{ s}$ . Η μετατόπιση σ' αυτή την χρονική διάρκεια είναι  $\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \text{ m} - 0 \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \text{ m}$ .

$$\text{Άρα η σταθερή ταχύτητα είναι } u_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow u_1 = \frac{20 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow u_1 = 10 \text{ m/s}$$

Στην δεύτερη φάση το σώμα παραμένει ακίνητο. Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_2 = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t_2 = 4 \text{ s} - 2 \text{ s} \Rightarrow \Delta t_2 = 2 \text{ s}$ .

Η μετατόπιση σ' αυτή την χρονική διάρκεια είναι  $\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x_2 = 20 \text{ m} - 20 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_2 = 0$ .

$$\text{Άρα η ταχύτητα είναι } u_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow u_2 = \frac{0}{2 \text{ s}} \Rightarrow u_2 = 0.$$

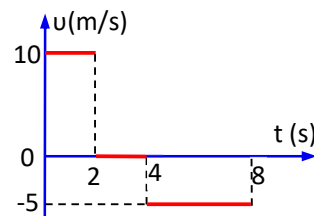


Η τρίτη κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή. Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_3 = t_3 - t_2 \Rightarrow \Delta t_3 = 8 \text{ s} - 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta t_3 = 4 \text{ s}$ .

Η μετατόπιση σ' αυτή την χρονική διάρκεια είναι  $\Delta x_3 = x_3 - x_2$  επομένως  $\Delta x_3 = 0 - 20 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_3 = -20 \text{ m}$ .

Άρα η σταθερή ταχύτητα είναι  $u_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} \Rightarrow u_3 = \frac{-20 \text{ m}}{4 \text{ s}} \Rightarrow u_3 = -5 \text{ m/s}$ .

Το αντίστοιχο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



### Παράδειγμα 7. Διαγράμματα

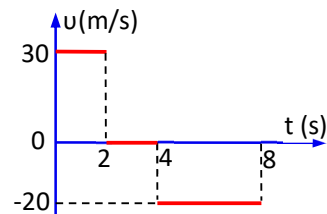
Σώμα κινείται πάνω στον άξονα  $x$ . Η ταχύτητά του σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από το διάγραμμα του διπλανού σχήματος. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$ .

**A.** Να κατασκευαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου.

**B.** Να υπολογιστεί η μετατόπιση του σώματος από 0 έως 8 s.

**Γ.** Να υπολογιστεί το διάστημα από 0 έως 8 s.

**Δ.** Να υπολογιστεί η μέση διανυσματική ταχύτητα στις χρονικές διάρκειες 0 έως 8 s και 0 έως 4 s.



#### Λύση

**A.** Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης  $u - t$  και του άξονα  $t$  είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη μετατόπιση  $\Delta x$ . Η θέση του σώματος σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δίνεται από την σχέση  $\Delta x = x - x_0 \Rightarrow x = x_0 + \Delta x$ .

- Χρονική διάρκεια από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 2 \text{ s}$ :

$$\Delta x_1 = \text{Εμβαδόν} \Rightarrow \Delta x_1 = (30 \text{ m/s} - 0) \cdot (2 \text{ s} - 0) \Rightarrow \Delta x_1 = 60 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } x_1 = x_0 + \Delta x_1 \Rightarrow x_1 = 0 + 60 \text{ m} \Rightarrow x_1 = 60 \text{ m}$$

- Χρονική διάρκεια από  $t_1 = 2 \text{ s}$  έως  $t_2 = 4 \text{ s}$ :

$$\Delta x_2 = \text{Εμβαδόν} \Rightarrow \Delta x_2 = 0 \cdot (4 \text{ s} - 2 \text{ s}) \Rightarrow \Delta x_2 = 0$$

$$\text{Άρα } x_2 = x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow x_2 = 60 \text{ m} + 0 \Rightarrow x_2 = 60 \text{ m}$$

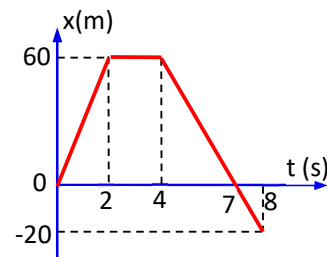
- Χρονική διάρκεια από  $t_2 = 4 \text{ s}$  έως  $t_3 = 8 \text{ s}$ :

$$\Delta x_3 = \text{Εμβαδόν} \Rightarrow \Delta x_3 = (0 - 20 \text{ m/s}) \cdot (8 \text{ s} - 4 \text{ s}) \Rightarrow \Delta x_3 = -80 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } x_3 = x_2 + \Delta x_3 \Rightarrow x_3 = 60 \text{ m} + (-80 \text{ m}) \Rightarrow x_3 = -20 \text{ m}$$

Από τις θέσεις που προσδιορίσαμε κατασκευάζουμε τον πίνακα θέσης – χρόνου και από αυτόν το διάγραμμα θέσης – χρόνου

Χρόνος $t$ (s)	0	2	4	8
Θέση $x$ (m)	0	60	60	-20



**B.** Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι τις χρονικές στιγμές  $t_0 = 0$  και  $t_3 = 8 \text{ s}$  οι αντίστοιχες θέσεις του σώματος είναι  $x_0 = 0$  και  $x_3 = -20 \text{ m}$ . Άρα η μετατόπιση είναι  $\Delta x = x_3 - x_0 \Rightarrow \Delta x = -20 \text{ m} - 0 \Rightarrow \Delta x = -20 \text{ m}$ .

**Γ.** Το διάστημα  $s$  είναι ίσο με το μήκος της τροχιάς που διαγράφει το σώμα. Θα το υπολογίσουμε από την σχέση  $s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3|$ . Άρα  $s = |60 \text{ m}| + |0| + |-80 \text{ m}| \Rightarrow s = 60 \text{ m} + 0 + 80 \text{ m} \Rightarrow s = 140 \text{ m}$ .

**Δ.** Η μέση διανυσματική ταχύτητα είναι  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

- Χρονική διάρκεια από  $t_0 = 0$  έως  $t_3 = 8 \text{ s}$ :

$$\Delta t = t_3 - t_0 \Rightarrow \Delta t = 8 \text{ s} - 0 \Rightarrow \Delta t = 8 \text{ s} \text{ και } \Delta x = x_3 - x_0 \Rightarrow \Delta x = -20 \text{ m} - 0 \Rightarrow \Delta x = -20 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } u_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow u_1 = \frac{-20 \text{ m}}{8 \text{ s}} \Rightarrow u_1 = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Χρονική διάρκεια από  $t_0 = 0$  έως  $t_2 = 4 \text{ s}$ :

$$\Delta t = t_2 - t_0 \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s} - 0 \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s} \text{ και } \Delta x = x_2 - x_0 \Rightarrow \Delta x = 60 \text{ m} - 0 \Rightarrow \Delta x = 60 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } u_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow u_2 = \frac{60 \text{ m}}{4 \text{ s}} \Rightarrow u_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

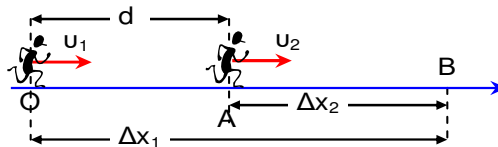
### Παράδειγμα 8. Συνάντηση κινητών

Δύο πεζοπόροι κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 5 \text{ m/s}$  και  $u_2 = 3 \text{ m/s}$  αντίστοιχα. Σε κάποια στιγμή περνούν από τις θέσεις Ο και Α αντίστοιχα που απέχουν απόσταση  $d = 120 \text{ m}$ .

Οι δύο πεζοπόροι κινούνται στην ίδια κατεύθυνση (Ο → Α).

**A.** Πότε και που θα συναντηθούν οι δύο πεζοπόροι.

**B.** Να γίνει κοινό διάγραμμα θέσης - χρόνου.



#### Λύση

**A.** Θεωρούμε σαν αρχή του άξονα  $x$  το σημείο Ο και αρχή μέτρησης χρόνου όταν οι πεζοπόροι είναι στα σημεία Ο και Α. Οι πεζοπόροι συναντώνται στο σημείο Β την χρονική στιγμή  $t$ .

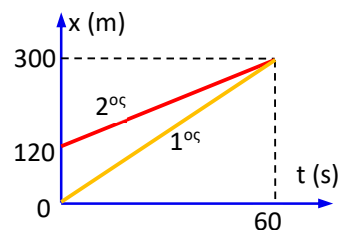
Ο 1<sup>ος</sup> πεζοπόρος την  $t_{01} = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_{01} = 0$  (σημείο Ο). Ο πεζοπόρος σε χρόνο  $t$  φθάνει στο σημείο Β (θέση  $x_1$ ) και η θέση του είναι  $x_1 = x_{01} + u_1(t - t_{01})$  άρα  $x_1 = u_1 t$  ❶

Ο 2<sup>ος</sup> πεζοπόρος την  $t_{02} = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_{02} = d$  (σημείο Α). Ο πεζοπόρος σε χρόνο  $t$  φθάνει στο σημείο Β (θέση  $x_2$ ) και η θέση του είναι  $x_2 = x_{02} + u_2(t - t_{02})$  άρα  $x_2 = d + u_2 t$  ❷

Τα κινητά συναντώνται όταν  $x_1 = x_2$  και με τις σχέσεις ❶ και ❷ έχουμε:  $u_1 t = d + u_2 t \Rightarrow (u_1 - u_2)t = d \Rightarrow$

$$t = \frac{d}{u_1 - u_2} \Rightarrow t = \frac{120 \text{ m}}{5 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}} \Rightarrow t = \frac{120 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} \Rightarrow t = 60 \text{ s.}$$

Από την σχέση ❶ έχουμε  $x_1 = u_1 t \Rightarrow x_1 = (5 \text{ m/s}) \cdot 60 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 300 \text{ m}$ .



**B.** Από τα στοιχεία για την κίνηση των δύο πεζοπόρων κατασκευάζουμε το κοινό διάγραμμα θέσης - χρόνου.

### Παράδειγμα 9. Συνάντηση κινητών

Πεζοπόρος αναχωρεί την  $t_{01} = 0$  από σημείο Ο ( $x_{01} = 0$ ) με σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 3,6 \text{ Km/h}$  και κατευθύνεται προς σημείο Β. Μετά από χρόνο  $t_{02} = 40 \text{ s}$  αναχωρεί από το σημείο Β δεύτερος πεζοπόρος κινούμενος προς το Ο με σταθερή ταχύτητα  $u_2 = -5,4 \text{ Km/h}$ . Να υπολογιστούν:

**A.** Η χρονική στιγμή που θα γίνει η συνάντηση και η απόσταση από το σημείο Ο που θα συναντηθούν οι δύο πεζοπόροι αν η απόσταση των δύο σημείων είναι  $d = 940 \text{ m}$ ,

**B.** Να γίνουν τα διαγράμματα  $x = f(t)$  των δύο κινητών σε κοινούς άξονες.

#### Λύση

**A.** Μετατρέπουμε τις μονάδες στο σύστημα S.I.:  $u_1 = 3,6 \text{ Km/h} = 1 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = -5,4 \text{ Km/h} = -1,5 \text{ m/s}$ .

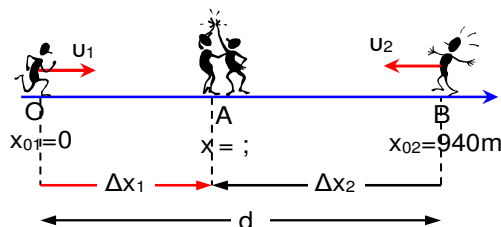
Θεωρούμε το σημείο Ο σαν αρχή του άξονα  $x$  ( $x_{01} = 0$ ). Το σημείο Β βρίσκεται στην θέση  $x_{02} = d$ . Οι πεζοπόροι θα συναντηθούν στο σημείο Α που βρίσκεται στην θέση  $x_1$ , μετά από χρόνο  $t$  από την αναχώρηση του πεζοπόρου Α.

Για τον πεζοπόρο Α ισχύει:  $x_1 = x_{01} + u_1(t - t_{01})$  άρα  $x_1 = u_1 \cdot t$  ❶

Ο πεζοπόρος Β ξεκινάει με καθυστέρηση  $t_{02}$  από την θέση  $x_{02}$  άρα την χρονική στιγμή  $t$  βρίσκεται στην θέση  $x_2$ , για την οποία  $x_2 = x_{02} + u_2(t - t_{02})$  άρα  $x_2 = d + u_2(t - t_{02})$  ❷

Για να συναντηθούν τα κινητά  $x_1 = x_2$  και από τις σχέσεις ❶ και

❷ έχουμε:  $u_1 \cdot t = d + u_2(t - t_{02}) \Rightarrow u_1 \cdot t = d + u_2 \cdot t - u_2 \cdot t_{02} \Rightarrow$



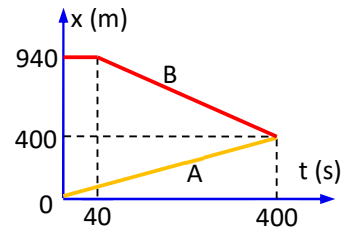
$$u_1 \cdot t - u_2 \cdot t = d - u_2 \cdot t_{02} \Rightarrow t \cdot (u_1 - u_2) = d - u_2 \cdot t_{02} \Rightarrow t = \frac{d - u_2 \cdot t_{02}}{u_1 - u_2} \Rightarrow t = \frac{940 - (-1,5) \cdot 40}{1 - (-1,5)} \Rightarrow t = 400 \text{ s.}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ m/s} \cdot 400 \text{ s} \Rightarrow x = 400 \text{ m.}$$

B. Για τους δύο πεζοπόρους έχουμε τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα.

t (s)	0	40	400
1 <sup>ος</sup> x (m)	0		400
2 <sup>ος</sup> x (m)	940	940	400

Από τον πίνακα κατασκευάζουμε το διάγραμμα θέσης – χρόνου για τους δύο πεζοπόρους



### Παράδειγμα 10. Κίνηση ενός σώματος

Αμαξοστοιχία με μήκος  $\ell$  χρειάζεται χρόνο  $\Delta t_1 = 5 \text{ s}$  για να περάσει μπροστά από ακίνητο παρατηρητή και χρόνο  $\Delta t_2 = 25 \text{ s}$  για να περάσει μέσα από τούνελ μήκους  $\ell_1 = 400 \text{ m}$ . Να υπολογιστούν:

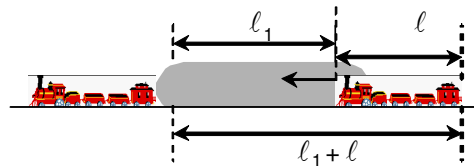
A. Η σταθερή ταχύτητα με την οποία κινείται η αμαξοστοιχία.

B. Το μήκος της  $\ell$ .

#### Λύση

A. Έστω  $u$  η ταχύτητα της αμαξοστοιχίας. Ο χρόνος που χρειάζεται για να περάσει μπροστά από τον παρατηρητή

$$\text{είναι } \Delta t_1 = \frac{\ell}{u} \Rightarrow \ell = u \cdot \Delta t_1 \quad \textcircled{1}$$



Για να περάσει η αμαξοστοιχία από το τούνελ χρειάζεται χρόνο  $\Delta t_2$ , οπότε έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = \ell + \ell_1$ , όπως φαίνεται και στο σχήμα.

$$\text{Άρα έχουμε: } \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{u} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\ell + \ell_1}{u} \quad \textcircled{2}$$

$$\text{Από τις σχέσεις } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ έχουμε: } \Delta t_2 = \frac{u \cdot \Delta t_1 + \ell_1}{u} \Rightarrow u \cdot \Delta t_2 = u \cdot \Delta t_1 + \ell_1 \Rightarrow u \cdot \Delta t_2 - u \cdot \Delta t_1 = \ell_1 \Rightarrow u = \frac{\ell_1}{\Delta t_2 - \Delta t_1}$$

$$\Rightarrow u = \frac{400 \text{ m}}{25 \text{ s} - 5 \text{ s}} \Rightarrow u = 20 \text{ m/s.}$$

$$\text{B. Από την σχέση } \textcircled{1} \Rightarrow \ell = 20 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} \Rightarrow \ell = 100 \text{ m.}$$

## 2. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

### Παράδειγμα 11. Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα

Ένα κινητό ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  χωρίς αρχική ταχύτητα και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με επιτάχυνση  $\alpha = 4 \text{ m/s}^2$ .

A. Να βρεθεί η θέση και η ταχύτητα του κινητού την χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$ .

B. Που θα βρίσκεται το κινητό την στιγμή που η ταχύτητά του είναι  $u = 20 \text{ m/s}$ .

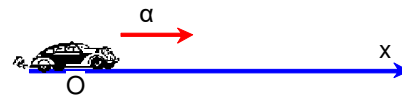
#### Λύση

Θεωρούμε σαν αρχή του άξονα το σημείο από το οποίο ξεκινάει το κινητό. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι  $x_0 = 0$  και  $u_0 = 0$ .

A. Η θέση του κινητού δίνεται από την  $x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$$x = \frac{1}{2}(4 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow x = 32 \text{ m.}$$

Η ταχύτητα του κινητού δίνεται από την σχέση  $u = at \Rightarrow u = (4 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s}) \Rightarrow u = 16 \text{ m/s.}$



B. Από την σχέση  $u = at \Rightarrow t = \frac{u}{a} \Rightarrow t = \frac{20 \text{ m/s}}{4 \text{ m/s}^2} \Rightarrow t = 5 \text{ s.}$  Η θέση του κινητού δίνεται από την  $x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$$x = \frac{1}{2}(4 \text{ m/s}^2) \cdot (5 \text{ s})^2 \Rightarrow x = 50 \text{ m.}$$

### Παράδειγμα 12. Κίνηση με αρχική ταχύτητα

Ένα κινητό κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με επιτάχυνση  $a = 2 \text{ m/s}^2$ . Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  περνάει μπροστά από την θέση  $x_0 = 0$  με ταχύτητα  $u_0 = 6 \text{ m/s}$ .

A. Να βρεθεί η θέση και η ταχύτητα του κινητού την χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ s}$ .

B. Να βρεθεί η ταχύτητα του κινητού όταν βρίσκεται στην θέση  $x = 16 \text{ m}$ .

#### Λύση

Θεωρούμε σαν αρχή του άξονα το σημείο από το οποίο περνάει το κινητό την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Είναι  $x_0 = 0$  και  $u_0 = 6 \text{ m/s}$ .

A. Η θέση του κινητού δίνεται από την  $x = u_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = (6 \text{ m/s}) \cdot (5 \text{ s}) + \frac{1}{2}(2 \text{ m/s}^2) \cdot (5 \text{ s})^2 \Rightarrow x = 55 \text{ m.}$

Η ταχύτητα του κινητού είναι:  $u = u_0 + at \Rightarrow u = 6 \text{ m/s} + (2 \text{ m/s}^2) \cdot (5 \text{ s}) \Rightarrow u = 16 \text{ m/s.}$

B. Από την εξίσωση  $x = u_0 t + \frac{1}{2}at^2$  αντικαθιστώντας έχουμε  $16 = 6t + t^2 \Rightarrow t^2 + 6t - 16 = 0$ . Η εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού. Οι λύσεις της είναι:

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow t = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2} \Rightarrow t = \frac{-6 \pm 10}{2} \Rightarrow t = 2 \text{ s ή } t = -8 \text{ s.}$$

Η λύση  $t = -8 \text{ s}$  απορρίπτεται. Άρα  $t = 2 \text{ s}$ . Αν αντικαταστήσουμε στην εξίσωση της ταχύτητας έχουμε  $u = u_0 + at \Rightarrow u = 6 \text{ m/s} + (2 \text{ m/s}^2) \cdot (2 \text{ s}) \Rightarrow u = 10 \text{ m/s.}$

### Παράδειγμα 13. Επιβραδυνόμενη κίνηση

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$  με ταχύτητα  $u_0 = 20 \text{ m/s}$  και σταθερή επιτάχυνση  $a = -5 \text{ m/s}^2$ .

A. Να υπολογιστεί σε ποια χρονική στιγμή θα μηδενιστεί η ταχύτητά του.

B. Να υπολογιστεί σε ποια θέση θα μηδενιστεί η ταχύτητά του.

#### Λύση

Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι  $x_0 = 0$  και  $u_0 = 20 \text{ m/s}$ .

A. Η ταχύτητα του αυτοκινήτου δίνεται από την σχέση  $u = u_0 + at$ . Όταν το αυτοκίνητο σταματήσει η ταχύτητά του είναι ίση με μηδέν ( $u = 0$ ). Από την εξίσωση  $u = u_0 + at$  για  $u = 0$  έχουμε  $0 = u_0 + at \Rightarrow$

$$at = -u_0 \Rightarrow t = -\frac{u_0}{a}.$$

Η αριθμητική εφαρμογή δίνει  $t = -\frac{20 \text{ m/s}}{-5 \text{ m/s}^2} \Rightarrow t = 4 \text{ s.}$

B. Η θέση του αυτοκινήτου δίνεται από την σχέση  $x = u_0 t + \frac{1}{2}at^2$ .

Αντικαθιστώντας την τιμή χρόνου  $t = -\frac{u_0}{\alpha}$  έχουμε  $x = u_0 \left( -\frac{u_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \left( -\frac{u_0}{\alpha} \right)^2 \Rightarrow x = -\frac{u_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2} \alpha \frac{u_0^2}{\alpha^2} \Rightarrow$

$$x = -\frac{u_0^2}{\alpha} + \frac{u_0^2}{2\alpha} \Rightarrow x = -\frac{2u_0^2}{2\alpha} + \frac{u_0^2}{2\alpha} \Rightarrow x = -\frac{u_0^2}{2\alpha}.$$

Η αριθμητική εφαρμογή δίνει  $x = -\frac{(20 \text{ m/s})^2}{2(-5 \text{ m/s}^2)} \Rightarrow x = -\frac{400 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-10 \text{ m/s}^2} \Rightarrow x = 40 \text{ m}.$

### Παρατήρηση

Οι σχέσεις  $\Delta t = -\frac{u_0}{\alpha}$  και  $\Delta x = -\frac{u_0^2}{2\alpha}$  δίνουν την χρονική στιγμή και την μετατόπιση ενός σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση την στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του.

Να χρησιμοποιούνται πάντα αφού πρώτα τις αποδείξετε.

### Παράδειγμα 14. Επιταχυνόμενη κίνηση

Κινητό κινείται ευθύγραμμα με επιτάχυνση  $\alpha = 5 \text{ m/s}^2$  και περνάει από ένα σημείο Ο της τροχιάς του με ταχύτητα  $u_0 = 20 \text{ m/s}$ . Μετά από πόσο χρόνο και σε ποια απόσταση από το σημείο Ο η ταχύτητα του κινητού θα έχει πενταπλασιαστεί.

#### Λύση

Θεωρούμε σαν αρχή του άξονα  $x_0 = 0$  το σημείο από το οποίο περνάει το κινητό την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  με  $u_0$ . Σε χρόνο  $t$  η ταχύτητα του κινητού θα είναι  $u = 5 \cdot u_0 \Rightarrow u = 5 \cdot 20 \text{ m/s} \Rightarrow u = 100 \text{ m/s}$ .



$$\text{Είναι } u = u_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha \cdot t = u - u_0 \Rightarrow t = \frac{u - u_0}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{100 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{5 \text{ m/s}^2} \Rightarrow t = 16 \text{ s}.$$

$$\text{Η θέση του κινητού είναι: } x = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \Rightarrow x = (20 \text{ m/s}) \cdot (16 \text{ s}) + \frac{1}{2} (5 \text{ m/s}^2) \cdot (16 \text{ s})^2 \Rightarrow x = 960 \text{ m}.$$

### Παράδειγμα 15. Πολλές κινήσεις

Ένα λεωφορείο ξεκινάει από κάποιο σταθμό από την ηρεμία και επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_1 = 2 \text{ m/s}^2$  για χρόνο  $\Delta t_1 = 10 \text{ s}$ . Στην συνέχεια κινείται με την ταχύτητα που απέκτησε για χρόνο  $\Delta t_2 = 10 \text{ s}$  και μετά επιβραδύνεται με επιτάχυνση  $\alpha_3 = -4 \text{ m/s}^2$  μέχρι να σταματήσει στον επόμενο σταθμό.

A. Να υπολογιστεί η διάρκεια της κίνησης του λεωφορείου.

B. Να υπολογιστεί η ολική απόσταση που κάλυψε το λεωφορείο.

Γ. Να γίνουν τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου.

#### Λύση

A. Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη: Θεωρούμε ότι το λεωφορείο ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  από την θέση  $x_0 = 0$ . Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_1 = t_1 - t_0 \Rightarrow t_1 = t_0 + \Delta t_1 \Rightarrow t_1 = 0 + 10 \text{ s} \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$ .

Η ταχύτητα που έχει το κινητό στο τέλος του δέκατου δευτερολέπτου είναι  $u = u_0 + \alpha_1 \Delta t_1 \Rightarrow$

$$u = 0 + (2 \text{ m/s}^2) \cdot (10 \text{ s}) \Rightarrow u = 20 \text{ m/s}.$$

$$\text{Η μετατόπιση είναι: } \Delta x_1 = u_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow x_1 - x_0 = u_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow x_1 = x_0 + u_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow$$

$$x_1 = 0 + 0 \cdot (10 \text{ s}) + \frac{1}{2} (2 \text{ m/s}^2) \cdot (10 \text{ s})^2 \Rightarrow x_1 = 100 \text{ m}.$$

Κίνηση ευθύγραμμη ομαλή: Το λεωφορείο κινείται με την ταχύτητα  $u$  που απέκτησε. Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_2 = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 = t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow t_2 = 10 \text{ s} + 10 \text{ s} \Rightarrow t_2 = 20 \text{ s}$ .



Η μετατόπιση είναι  $\Delta x_2 = v \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_2 - x_1 = v \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_2 = x_1 + v \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_2 = 100 \text{ m} + (20 \text{ m/s}) \cdot (10 \text{ s}) \Rightarrow x_2 = 300 \text{ m}$  (Το  $x_2$  είναι η θέση του κινητού).

Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη: Το λεωφορείο έχει ταχύτητα  $v = 20 \text{ m/s}$  και την χρονική στιγμή  $t_2 = 20 \text{ s}$  βρίσκεται στην θέση  $x_2 = 300 \text{ m}$  και αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση  $a_3 = -4 \text{ m/s}^2$ .

Η χρονική διάρκεια για να σταματήσει δίνεται από την σχέση  $\Delta t_3 = -\frac{v}{a}$  (παράδειγμα 13) άρα

$$\Delta t_3 = -\frac{20 \text{ m/s}}{-4 \text{ m/s}^2} \Rightarrow \Delta t_3 = 5 \text{ s. Η χρονική στιγμή που σταματάει υπολογίζεται από την } \Delta t_3 = t_3 - t_2 \Rightarrow$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t_3 \Rightarrow t_3 = 20 \text{ s} + 5 \text{ s} \Rightarrow t_3 = 25 \text{ s.}$$

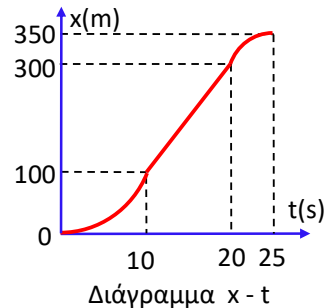
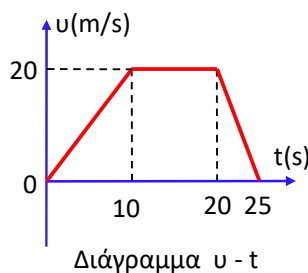
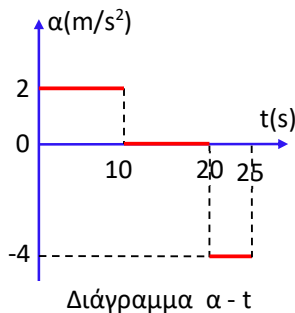
Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_{\text{ολ}} = t_3 - t_0 \Rightarrow \Delta t_{\text{ολ}} = 25 \text{ s} - 0 \Rightarrow \Delta t_{\text{ολ}} = 25 \text{ s.}$

**Β.** Η μετατόπιση είναι:  $\Delta x_3 = v \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_3 \cdot \Delta t_3^2 \Rightarrow x_3 - x_2 = v \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_3 \cdot \Delta t_3^2 \Rightarrow x_3 = x_2 + v \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_3 \cdot \Delta t_3^2 \Rightarrow$

$$x_3 = 300 \text{ m} + (20 \text{ m/s}) \cdot (5 \text{ s}) + \frac{1}{2} (-4 \text{ m/s}^2) \cdot (5 \text{ s})^2 \Rightarrow x_3 = 350 \text{ m.}$$

Η ολική απόσταση που κάλυψε το λεωφορείο είναι ίση με την ολική μετατόπιση αφού δεν έχουμε αλλαγή στην κατεύθυνση της κίνησης, άρα  $s = \Delta x_{\text{ολ}} \Rightarrow s = x_3 - x_0 \Rightarrow s = 350 \text{ m} - 0 \Rightarrow s = 350 \text{ m}$

**Γ.** Από τα αποτελέσματα για τις διάφορες χρονικές στιγμές έχουμε τα παρακάτω διαγράμματα

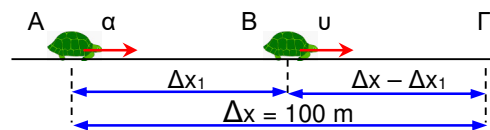


### Παράδειγμα 16. Πολλές κινήσεις

Δρομέας των 100 m μπορεί να αναπτύξει μέγιστη επιτάχυνση  $a = 25 \text{ m/s}^2$  και μέγιστη ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$ . Αν η επιτάχυνση θεωρηθεί σταθερή μέχρι να αποκτήσει ο δρομέας την μέγιστη ταχύτητα, να υπολογιστεί το ρεκόρ του δρομέα.

#### Λύση

Ο δρομέας θα κινηθεί με την σταθερή επιτάχυνση  $a$  μέχρι να αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητα  $v$ . Μέχρι τότε θα έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x_1$ . Την υπόλοιπη μετατόπιση ( $\Delta x - \Delta x_1$ ) θα την διανύσει με την μέγιστη ταχύτητα  $v$ .



Για το πρώτο τμήμα της κίνησης ισχύει:  $v = a \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{v}{a}$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{10 \text{ m/s}}{25 \text{ m/s}^2} \Rightarrow \Delta t_1 = 0,4 \text{ s και } \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} 25 \text{ m/s}^2 \cdot (0,4 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 2 \text{ m.}$$

Άρα διανύει  $s = \Delta x - \Delta x_1 = 100 \text{ m} - 2 \text{ m} = 98 \text{ m}$  με σταθερή ταχύτητα  $u = 10 \text{ m/s}$ . Ισχύει  $s = u \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{s}{u}$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{98 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} \Rightarrow \Delta t_2 = 9,8 \text{ s.}$$

Ο χρόνος κίνησης είναι:  $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t = 0,4 \text{ s} + 9,8 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 10,2 \text{ s.}$

### Παράδειγμα 17. Χρόνος αντίδρασης οδηγού

Ο χρόνος αντίδρασης ενός οδηγού είναι  $t_1 = 0,7 \text{ s}$  (ο χρόνος αντίδρασης είναι η χρονική διάρκεια που μεσολαβεί από την χρονική στιγμή που θα αντιληφθούμε ένα εμπόδιο, μέχρι την χρονική στιγμή που θα πατήσουμε το φρένο). Αν η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι  $u_0 = 20 \text{ m/s}$  και η επιτάχυνση που αποκτά με το φρένο είναι  $\alpha = -5 \text{ m/s}^2$ :

A. Να υπολογιστεί η ολική απόσταση που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει.

B. Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου.

#### Λύση

A. Η κίνηση του αυτοκινήτου γίνεται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στην δεύτερη ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη μέχρι να σταματήσει.

ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: Για χρόνο  $t_1 = 0,7 \text{ s}$  (χρόνος αντίδρασης) το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_0 = 20 \text{ m/s}$  και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = u_0 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = (20 \text{ m/s}) \cdot (0,7 \text{ s}) \Rightarrow \Delta x_1 = 14 \text{ m}$ .

ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση: Το αυτοκίνητο κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να σταματήσει. Σύμφωνα με το παράδειγμα 13 ο χρόνος για να σταματήσει το αυτοκίνητο είναι:

$$\Delta t_2 = -\frac{u_0}{\alpha} \Rightarrow \Delta t_2 = -\frac{20 \text{ m/s}}{-5 \text{ m/s}^2} \Rightarrow \Delta t_2 = 4 \text{ s.}$$

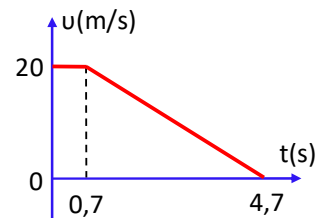
Το αυτοκίνητο στον χρόνο αυτό μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_2 = u_0 \Delta t_2 + \frac{1}{2} \alpha \Delta t_2^2 \Rightarrow \Delta x_2 = (20 \text{ m/s}) \cdot (4 \text{ s}) + \frac{1}{2} (-5 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 80 \text{ m} - 40 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_2 = 40 \text{ m}.$$

Άρα η συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι  $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = 14 \text{ m} + 40 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 54 \text{ m}$ .

B. Ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι  $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t = 0,7 \text{ s} + 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 4,7 \text{ s}$ .

Από τα προηγούμενα αποτελέσματα κατασκευάζουμε το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου



### Παράδειγμα 18. Διαγράμματα

Ένα αυτοκίνητο κινείται πάνω στον άξονα x. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι στο διπλανό σχήμα. Να σχεδιαστούν τα αντίστοιχα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου αν την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι  $u_0 = 4 \text{ m/s}$  και  $x_0 = 40 \text{ m}$ .

#### Λύση

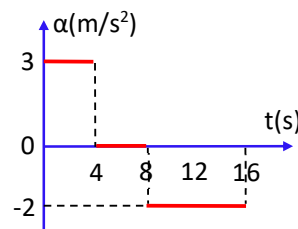
Διακρίνουμε τρεις φάσεις στην κίνηση του σώματος.

- Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση  $3 \text{ m/s}^2$

Το κινητό την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 40 \text{ m}$  και έχει ταχύτητα  $u_0 = 4 \text{ m/s}$ .

Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_1 = t_1 - t_0 \Rightarrow \Delta t_1 = 4 \text{ s} - 0 \Rightarrow \Delta t_1 = 4 \text{ s}$ .

Η επιτάχυνση είναι  $\alpha_1 = 3 \text{ m/s}^2$  και η ταχύτητα την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  είναι  $u_1 = u_0 + \alpha_1 \Delta t_1 \Rightarrow u_1 = 4 \text{ m/s} + (3 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s}) \Rightarrow u_1 = 16 \text{ m/s}$ .



Η μετατόπιση του σώματος δίνεται από την σχέση  $\Delta x_1 = u_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow$

$$\Delta x_1 = (4 \text{ m/s}) \cdot (4 \text{ s}) + \frac{1}{2} (3 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 40 \text{ m.}$$

Είναι  $\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow x_1 = x_0 + \Delta x_1 \Rightarrow x_1 = 40 \text{ m} + 40 \text{ m} \Rightarrow x_1 = 80 \text{ m.}$

- Κίνηση χωρίς επιτάχυνση

Το κινητό την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  βρίσκεται στην θέση  $x_1 = 80 \text{ m}$  και έχει σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 16 \text{ m/s}$ .

Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_2 = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t_2 = 8 \text{ s} - 4 \text{ s} \Rightarrow \Delta t_2 = 4 \text{ s}$ .

Η μετατόπιση του σώματος δίνεται από την σχέση  $\Delta x_2 = u_1 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = (16 \text{ m/s}) \cdot (4 \text{ s}) \Rightarrow \Delta x_2 = 64 \text{ m}$ . Είναι  $\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow x_2 = x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow x_2 = 80 \text{ m} + 64 \text{ m} \Rightarrow x_2 = 144 \text{ m}$ .

- Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση  $-2 \text{ m/s}^2$

Το κινητό την χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$  βρίσκεται στην θέση  $x_2 = 144 \text{ m}$  και έχει ταχύτητα  $u_1 = 16 \text{ m/s}$ .

Η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι  $\Delta t_3 = t_3 - t_2 \Rightarrow \Delta t_3 = 16 \text{ s} - 8 \text{ s} \Rightarrow \Delta t_3 = 8 \text{ s}$ .

Η επιτάχυνση είναι  $\alpha_3 = -2 \text{ m/s}^2$  και η ταχύτητα την χρονική στιγμή  $t_3 = 16 \text{ s}$  είναι  $u_3 = u_1 + \alpha_3 \Delta t_3 \Rightarrow u_3 = 16 \text{ m/s} + (-2 \text{ m/s}^2) \cdot (8 \text{ s}) \Rightarrow u_3 = 0$ .

Η μετατόπιση του σώματος δίνεται από την σχέση  $\Delta x_3 = u_1 \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} \alpha_3 \cdot \Delta t_3^2 \Rightarrow$

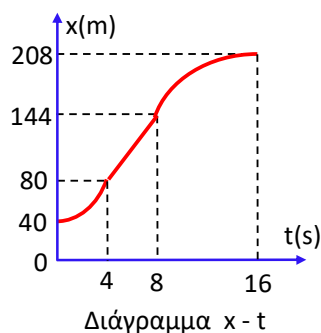
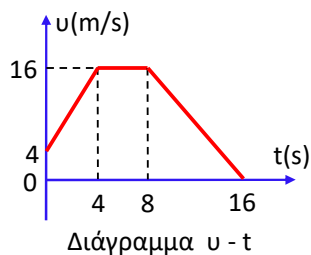
$$\Delta x_3 = (16 \text{ m/s}) \cdot (8 \text{ s}) + \frac{1}{2} (-2 \text{ m/s}^2) \cdot (8 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_3 = 64 \text{ m.}$$

Είναι  $\Delta x_3 = x_3 - x_2 \Rightarrow x_3 = x_2 + \Delta x_3 \Rightarrow x_3 = 144 \text{ m} + 64 \text{ m} \Rightarrow x_3 = 208 \text{ m}$ .

Από τα αποτελέσματα αυτά έχουμε τον παρακάτω πίνακα

Χρόνος	$t_0 = 0$	$t_1 = 4 \text{ s}$	$t_2 = 8 \text{ s}$	$t_3 = 16 \text{ s}$
Ταχύτητα	$u_0 = 4 \text{ m/s}$	$u_1 = 16 \text{ m/s}$	$u_1 = 16 \text{ m/s}$	$u_3 = 0$
Θέση	$x_0 = 40 \text{ m}$	$x_1 = 80 \text{ m}$	$x_2 = 144 \text{ m}$	$x_3 = 208 \text{ m}$

Από τον πίνακα κατασκευάζουμε τα διαγράμματα



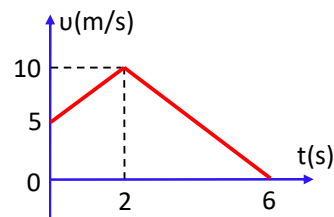
### Παράδειγμα 19. Διαγράμματα

Κινητό κινείται ευθύγραμμα και η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο σχήμα. Να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα της επιτάχυνσης και της θέσης με τον χρόνο. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  η αρχική θέση του κινητού είναι  $x_0 = 0$  και η αρχική ταχύτητα  $u_0 = 5 \text{ m/s}$ .

#### Λύση

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το κινητό εκτελεί:

- Από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 2 \text{ s}$  ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $u_0 = 5 \text{ m/s}$  και τελική  $u_1 = 10 \text{ m/s}$ .



$$\text{Είναι } \alpha_1 = \frac{\Delta u_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{u_1 - u_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{10 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{2 \text{ s} - 0} \Rightarrow \alpha_1 = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{Η μετατόπιση του κινητού είναι } \Delta x_1 = u_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 15 \text{ m}.$$

$$\text{Είναι } \Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow x_1 = x_0 + \Delta x_1 \Rightarrow x_1 = 0 + 15 \text{ m} \Rightarrow x_1 = 15 \text{ m}.$$

• Από  $t_1 = 2 \text{ s}$  έως  $t_2 = 6 \text{ s}$  ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $u_1 = 10 \text{ m/s}$  και τελική  $u_2 = 0$ .

$$\text{Είναι } \alpha_2 = \frac{\Delta u_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{0 - 10 \text{ m/s}}{6 \text{ s} - 2 \text{ s}} \Rightarrow \alpha_2 = -2,5 \text{ m/s}^2.$$

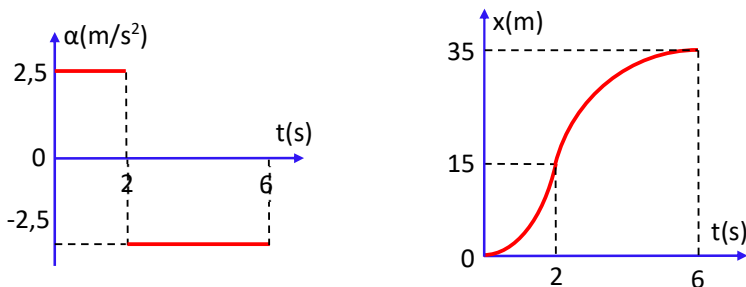
$$\text{Η μετατόπιση του κινητού είναι: } \Delta x_2 = u_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot \Delta t_2^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 10 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} (-2,5 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = 40 \text{ m} - 20 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_2 = 20 \text{ m}. \text{ Είναι } \Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow x_2 = x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow x_2 = 15 \text{ m} + 20 \text{ m} \Rightarrow x_2 = 35 \text{ m}.$$

Η επιτάχυνση από 0 έως 2 s είναι σταθερή ίση με  $\alpha_1 = 2,5 \text{ m/s}^2$ , ενώ από 2 s έως 6 s είναι σταθερή ίση με  $\alpha_2 = -2,5 \text{ m/s}^2$ .

Οι θέσεις του κινητού είναι: Την  $t_0 = 0$  είναι  $x_0 = 0$ , την  $t_1 = 2 \text{ s}$  είναι  $x_1 = 15 \text{ m}$  την  $t_2 = 6 \text{ s}$  είναι  $x_2 = 35 \text{ m}$ .

Τα αντίστοιχα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου και θέσης – χρόνου είναι:



### Παράδειγμα 20. Συνάντηση κινητών

Μοτοσικλετιστής είναι σταματημένος μπροστά σε κόκκινο σηματοδότη. Όταν ο σηματοδότης γίνει πράσινος ο μοτοσικλετιστής ξεκινάει με επιτάχυνση  $\alpha = 5 \text{ m/s}^2$ , ενώ ταυτόχρονα ένα αυτοκίνητο περνάει μπροστά από τον σηματοδότη κινούμενο με σταθερή ταχύτητα  $u = 20 \text{ m/s}$ . Να υπολογιστούν:

**A.** Μετά από πόσο χρόνο ο μοτοσικλετιστής θα φτάσει το αυτοκίνητο.

**B.** Σε πόση απόσταση από το σηματοδότη θα γίνει η συνάντηση.

**Γ.** Ποια ταχύτητα θα έχει τότε ο μοτοσικλετιστής.

#### Λύση

**A.** Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τα κινητά βρίσκονται στην θέση  $x_0 = 0$ . Έστω ότι η συνάντηση θα γίνει την χρονική στιγμή  $t$  στην θέση  $x$  (δηλαδή σε απόσταση  $x$  από τον σηματοδότη). Για το αυτοκίνητο (το οποίο κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση) ισχύει:  $x = u \cdot t$  ❶

Για τον μοτοσικλετιστή (ο οποίος κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυν-

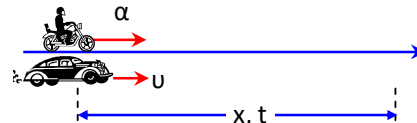
νόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα) ισχύει:  $x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$  ❷

Εξισώνοντας τις σχέσεις ❶ και ❷ έχουμε:  $\frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 = u \cdot t \Rightarrow t = 0$  ή

$$t = \frac{2 \cdot u}{\alpha}. \text{ Η λύση } t = 0 \text{ είναι η αρχική θέση, άρα } t = \frac{2 \cdot u}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot 20 \text{ m/s}}{5 \text{ m/s}^2} \Rightarrow t = 8 \text{ s}.$$

**B.** Για την απόσταση  $x$  από τη σχέση ❶  $\Rightarrow x = 20 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ s} \Rightarrow x = 160 \text{ m}$ .

**Γ.** Η ταχύτητα του μοτοσικλετιστή δίνεται από την σχέση:



$$u_{\mu} = \alpha \cdot t \Rightarrow u_{\mu} = (5 \text{ m/s}^2) \cdot (8 \text{ s}) \Rightarrow u_{\mu} = 40 \text{ m/s.}$$

**παρατήρηση :**

Όταν ο μοτοσικλετιστής φτάνει το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα  $u_{\mu} = 2 \cdot u$ .

Ο χρόνος συνάντησης είναι  $t = \frac{2 \cdot u}{\alpha}$ . Η ταχύτητα του μοτοσικλετιστή είναι  $u_{\mu} = \alpha \cdot t$  ή  $u_{\mu} = \alpha \cdot \frac{2 \cdot u}{\alpha} \Rightarrow u_{\mu} = 2 \cdot u$ .

### Παράδειγμα 21. Συνάντηση κινητών

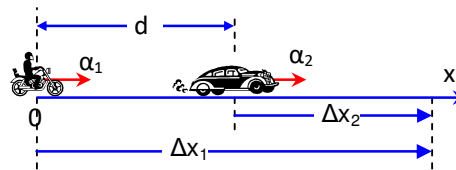
Μια μοτοσυκλέτα και ένα αυτοκίνητο βρίσκονται σε αρχική απόσταση  $d = 150 \text{ m}$  πάνω σε ευθύγραμμο δρόμο και αρχικά ηρεμούν. Τα οχήματα ξεκινούν ταυτόχρονα και κινούνται στην ίδια κατεύθυνση. Η μοτοσυκλέτα έχει επιτάχυνση  $\alpha_1 = 4 \text{ m/s}^2$  και το αυτοκίνητο  $\alpha_2 = 1 \text{ m/s}^2$ . Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση η μοτοσυκλέτα θα φθάσει το αυτοκίνητο.

#### Λύση

Θεωρούμε σαν αρχή του άξονα  $x_0 = 0$  την θέση της μοτοσυκλέτας την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**Μοτοσυκλέτα** Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  η μοτοσυκλέτα είναι στην θέση  $x_0 = 0$  με ταχύτητα  $u_0 = 0$  και επιτάχυνση  $\alpha_1 = 4 \text{ m/s}^2$ .

Η θέση της μοτοσυκλέτας δίνεται από την σχέση  $x_1 = \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot t^2$



**Αυτοκίνητο** Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το αυτοκίνητο βρίσκεται στην θέση  $x_{0\alpha} = d$  με ταχύτητα  $u_0 = 0$  και επιτάχυνση  $\alpha_2 = 1 \text{ m/s}^2$ . Η θέση του αυτοκινήτου δίνεται από την σχέση  $x_2 = x_{0\alpha} + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot t^2$  ή  $x_2 = d + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot t^2$ .

Την στιγμή  $t$  της συνάντησης είναι  $x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot t^2 = d + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot t^2 = d \Rightarrow t^2 = \frac{2d}{\alpha_1 - \alpha_2} \Rightarrow$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{\alpha_1 - \alpha_2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 150 \text{ m}}{4 \text{ m/s}^2 - 1 \text{ m/s}^2}} \Rightarrow t = 10 \text{ s.}$$

Για την θέση έχουμε  $x_1 = \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot t^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} (4 \text{ m/s}^2) \cdot (10 \text{ s})^2$  άρα  $x_1 = 200 \text{ m}$ .

### Παράδειγμα 22. Κίνηση σε κάποιο δευτερόλεπτο

Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 2 \text{ m/s}^2$ . Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το αυτοκίνητο έχει αρχική ταχύτητα  $u_0 = 10 \text{ m/s}$ . Πόση απόσταση διανύει το αυτοκίνητο στην διάρκεια του έκτου δευτερόλεπτου της κίνησής του.

#### Λύση

Το έκτο δευτερόλεπτο της κίνησης είναι η χρονική διάρκεια από  $t_1 = 5 \text{ s}$  έως  $t_2 = 6 \text{ s}$ .

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου δίνεται από την σχέση  $\Delta x = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$  άρα

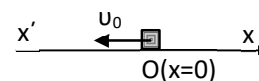
$$\Delta x_1 = u_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \alpha \cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = (10 \text{ m/s}) \cdot (5 \text{ s}) + \frac{1}{2} (2 \text{ m/s}^2) \cdot (5 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 75 \text{ m.}$$

$$\Delta x_2 = u_0 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \alpha \cdot t_2^2 \Rightarrow \Delta x_2 = (10 \text{ m/s}) \cdot (6 \text{ s}) + \frac{1}{2} (2 \text{ m/s}^2) \cdot (6 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 96 \text{ m.}$$

Άρα  $\Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x = 96 \text{ m} - 75 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 21 \text{ m}$ .

**Παράδειγμα 23.** Επιταχυνόμενη κίνηση

Το μικρό σώμα του διπλανού σχήματος κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'$  προς την αρνητική του κατεύθυνση. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  διέρχεται από το σημείο  $O$  που είναι η αρχή του άξονα ( $x_0 = 0$ ), με ταχύτητα  $u_0 = -5$  m/s. Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη και την χρονική στιγμή  $t = 4$  s διέρχεται για 1η φορά από ένα σημείο  $A$  με τετμημένη  $x = -16$  m.



- Να υπολογίσετε την επιτάχυνση  $a$  του σώματος.
- Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση είναι  $u = 0$ .
- Ποια χρονική στιγμή περνάει για 2η φορά από την θέση  $x = 0$ .
- Ποια χρονική στιγμή περνάει για 2η φορά από την θέση  $x = -16$  m.

Λύση

α. Η εξίσωση κίνησης για το σώμα είναι  $x = x_0 + u_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$  με αρχικές συνθήκες  $t_0 = 0$  και  $x_0 = 0$ .

Επομένως η εξίσωση γράφεται  $x = u_0 t + \frac{1}{2}at^2$  άρα  $2x = 2u_0 t + at^2$  ή  $2x - 2u_0 t = at^2$  επομένως  $\frac{2x - 2u_0 t}{t^2} = a$

και με αντικατάσταση  $a = \frac{2(-16\text{ m}) - 2\left(-5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(4\text{ s})}{(4\text{ s})^2}$  άρα  $a = \frac{-32\text{ m} + 40\text{ m}}{16\text{ s}^2}$  επομένως  $a = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

β. Η εξίσωση της ταχύτητας για το σώμα είναι  $u = u_0 + a(t - t_0)$  με αρχική συνθήκη  $t_0 = 0$ . Επομένως η εξίσωση γράφεται  $u = u_0 + at$ . Ζητάμε την χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία  $u_1 = 0$ , άρα  $0 = u_0 + at_1$  επομένως

$$t_1 = -\frac{u_0}{a} \quad \text{ή} \quad t_1 = -\frac{-5\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad \text{άρα} \quad t_1 = 10\text{ s}.$$

Τότε  $x_1 = u_0 t_1 + \frac{1}{2}at_1^2$  ή  $x_1 = \left(-5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(10\text{ s}) + \frac{1}{2}\left(0,5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(10\text{ s})^2$  επομένως  $x_1 = -25\text{ m}$ .

γ. Η εξίσωση κίνησης για το σώμα είναι  $x = x_0 + u_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$  με αρχικές συνθήκες  $t_0 = 0$  και  $x_0 = 0$ .

Επομένως η εξίσωση γράφεται  $x = u_0 t + \frac{1}{2}at^2$ . Ζητάμε την χρονική στιγμή  $t_2$  κατά την οποία  $x_2 = 0$ , επομένως

$0 = u_0 t_2 + \frac{1}{2}at_2^2$  ή  $t_2\left(u_0 + \frac{1}{2}at_2\right) = 0$  άρα  $t_2 = 0$  (αρχική κατάσταση) ή  $u_0 + \frac{1}{2}at_2 = 0$  άρα  $2u_0 + at_2 = 0$  επο-

μένως  $t_2 = -\frac{2u_0}{a}$  ή  $t_2 = -\frac{2\left(-5\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0,5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$  άρα  $t_2 = 20\text{ s}$ .

δ. Η εξίσωση κίνησης γράφεται  $x = u_0 t + \frac{1}{2}at^2$ . Ζητάμε την χρονική στιγμή  $t_3$  κατά την οποία  $x_3 = -16$  m,

επομένως αν αντικαταστήσουμε (χωρίς τις αντίστοιχες μονάδες)  $-16 = (-5)t + \frac{1}{2}(0,5)t^2$  ή  $t^2 - 20t + 64 = 0$ ,

με λύσεις  $t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2 \cdot 1}$  ή  $t = \frac{20 \pm \sqrt{144}}{2}$  άρα  $t = 4$  s (αρχική) ή  $t_3 = 8$  s.

**Παράδειγμα 24. Επιταχυνόμενη κίνηση – Μελέτη διαγράμματος**

Στο διάγραμμα δίνεται η θέση ενός κινητού, που κινείται στον άξονα  $x$ .

**A.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**α.** Την χρονική στιγμή  $t = 2$  s το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα  $x$ .

**β.** Την χρονική στιγμή  $t = 5$  s το κινητό έχει μηδενική ταχύτητα.

**γ.** Η μέση ταχύτητα από  $0 - 5$  s είναι ίση με  $4$  m/s.

**δ.** Η μετατόπισή του μέχρι την στιγμή  $t = 10$  s είναι μηδέν.

**ε.** Η μετατόπισή του από  $t = 5$  s έως  $t = 10$  s είναι  $-20$  m.

**B.** Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $u_0$  του σώματος και την επιτάχυνσή του  $\alpha$ .

Λύση

**A.** Από την μορφή του διαγράμματος συμπεραίνουμε ότι το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρνητική επιτάχυνση.

**α.** Από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 5$  s, άρα και την  $t = 2$  s, η θέση του κινητού αυξάνει, άρα η ταχύτητα είναι θετική, επομένως το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα.

**β.** Από την χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s και μετά το κινητό κινείται προς τα αρνητικά του άξονα (η θέση του ελαττώνεται), επομένως την  $t_1 = 5$  s είχαμε αλλαγή κατεύθυνσης στην κίνησή του η οποία σε ευθύγραμμη κίνηση γίνεται μόνο αν στιγμιαία  $v = 0$ .

$$\gamma. \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ ή } \bar{v} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \text{ άρα } \bar{v} = \frac{20 \text{ m} - 0}{5 \text{ s} - 0} \text{ επομένως } \bar{v} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**δ.**  $\Delta x = x_2 - x_0$  άρα  $\Delta x = 0 - 0$  επομένως  $\Delta x = 0$ .

**ε.**  $\Delta x = x_2 - x_1$  άρα  $\Delta x = 0 - 20$  επομένως  $\Delta x = -20$  m.

**B.** Από την μορφή του διαγράμματος συμπεραίνουμε ότι το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με  $\alpha < 0$ , άρα η εξίσωση θέσης είναι  $x = x_0 + u_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$ . Από το διάγραμμα οι αρχικές συνθήκες είναι  $t_0 = 0$  και  $x_0 = 0$ . Επομένως η εξίσωση γράφεται  $x = u_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$  ①.

Το διάγραμμα περνάει από το σημείο  $t_2 = 10$  s και  $x_2 = 0$  οπότε με αντικατάσταση (χωρίς τις μονάδες) στην εξίσωση ① έχουμε  $0 = u_0 \cdot 10 + \frac{1}{2}\alpha \cdot 10^2$  ή  $50 \cdot \alpha + 10 \cdot u_0 = 0$  άρα  $5 \cdot \alpha + u_0 = 0$  (S.I.) ②

Το διάγραμμα περνάει από το σημείο  $t_1 = 5$  s και  $x_1 = 20$  m οπότε με αντικατάσταση (χωρίς τις μονάδες) στην εξίσωση ① έχουμε  $20 = u_0 \cdot 5 + \frac{1}{2}\alpha \cdot 5^2 \Rightarrow 25 \cdot \alpha + 10 \cdot u_0 = 40 \Rightarrow 5 \cdot \alpha + 2u_0 = 8$  (S.I.) ③

Η επίλυση του απλού συστήματος των ② και ③ δίνει  $u_0 = 8$  m/s και  $\alpha = -1,6$  m/s<sup>2</sup>.

# Άλυτες Ασκήσεις στο Κεφάλαιο 1.1

## 1. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

1. Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$  και έχει τις παρακάτω θέσεις σε διάφορες χρονικές στιγμές

$t$ (s)	0	5	15	20
$x$ (m)	10	40	10	-20

Να υπολογιστεί η τιμή της μέσης διανυσματικής ταχύτητας :

- α. Από 0 έως 5 s, β. από 5 έως 20 s, γ. από 0 έως 15 s, δ. από 0 έως 20 s.

[ Απάντηση: α.  $u = 6$  m/s, β.  $u = -4$  m/s, γ.  $u = 0$ , δ.  $u = -1,5$  m/s ]

2. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και διανύει ορισμένη μετατόπιση σε ορισμένο χρόνο. Κατά την διάρκεια του μισού χρόνου κίνησης το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 60$  Km/h και κατά την διάρκεια του υπόλοιπου μισού χρόνου κίνησης κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_2 = 100$  Km/h. Αν η συνολική διάρκεια της κίνησης είναι  $t = 4$  h, να υπολογιστούν:

- α. Οι μετατοπίσεις του αυτοκινήτου σε κάθε κίνηση.  
β. Η συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου.  
γ. Η μέση ταχύτητα σε όλη την διαδρομή.

[ Απάντηση: α.  $\Delta x_1 = 120$  Km,  $\Delta x_2 = 200$  Km, β.  $\Delta x = 320$  Km, γ.  $u = 80$  Km/h ]

3. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και διανύει ορισμένη μετατόπιση. Το αυτοκίνητο διανύει την μισή μετατόπιση με σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 20$  m/s την δε υπόλοιπη μετατόπιση με σταθερή ταχύτητα  $u_2 = 30$  m/s. Αν η συνολική μετατόπιση είναι  $\Delta x = 1200$  m, να υπολογιστούν:

- α. Οι χρόνοι κίνησης του αυτοκινήτου σε κάθε κίνηση.  
β. Η μέση ταχύτητα σε όλη την διαδρομή.

[ Απάντηση: α.  $\Delta t_1 = 30$  s,  $\Delta t_2 = 20$  s, β.  $u = 24$  m/s ]

4. Ένα κινητό κινείται στον άξονα  $x$ . Η εξίσωση κίνησης του σώματος είναι:  $x = 2t + t^2$  (S.I.). Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του σώματος στην χρονική διάρκεια από 1 s έως 3 s.

[ Απάντηση:  $u = 6$  m/s ]

5. Να βρείτε σε κάθε περίπτωση την μέση διανυσματική ταχύτητα:

- α. Ένα παιδί τρέχει σε ευθύγραμμο δρόμο για  $t_1 = 2$  min με ταχύτητα  $u_1 = 5$  m/s και στην συνέχεια περπατάει για  $t_2 = 1$  min σε αντίθετη φορά με ταχύτητα  $u_1 = 1$  m/s.  
β. Ένα παιδί τρέχει σε ευθύγραμμο δρόμο και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 100$  m με ταχύτητα  $u_1 = 5$  m/s και στην συνέχεια περπατάει και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_2 = 40$  m σε αντίθετη φορά με ταχύτητα  $u_2 = 1$  m/s.  
γ. Ένα παιδί τρέχει σε ευθύγραμμο δρόμο κατά μήκος του άξονα  $x$  και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 100$  m με ταχύτητα  $u_1 = 4$  m/s και στην συνέχεια επιστρέφει στην αρχική θέση με ταχύτητα  $u_2 = 1$  m/s.

[ Απάντηση: α.  $u = 3$  m/s, β.  $u = 1$  m/s, γ.  $u = 0$  ]

6. Ένα αυτοκίνητο πρέπει να διανύσει μετατόπιση  $\Delta x = 400$  Km σε χρόνο  $\Delta t = 5$  h. Αρχικά μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 100$  Km με ταχύτητα  $u_1 = 50$  Km/h. Με ποια ταχύτητα πρέπει να διανύσει την υπόλοιπη μετατόπιση.

[ Απάντηση:  $u_2 = 100$  Km/h ]

7. Ένα κινητό διανύει την μισή μετατόπιση με ταχύτητα  $u_1 = 60$  Km/h και την άλλη μισή μετατόπιση με ταχύτητα  $u_2 = 40$  Km/h. Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του κινητού για ολόκληρη την μετατόπιση.

[ Απάντηση:  $u = 48$  Km/h ]



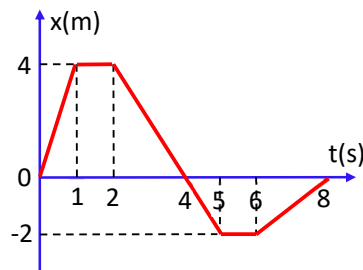
8. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα  $u_1 = 20 \text{ m/s}$  και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 2000 \text{ m}$  και στην συνέχεια με ταχύτητα  $u_2 = 10 \text{ m/s}$  μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_2$ . Αν ο χρόνος κίνησης του αυτοκινήτου για ολόκληρη την διαδρομή είναι  $\Delta t = 500 \text{ s}$  να υπολογιστούν:

- Οι χρόνοι κίνησης του αυτοκινήτου σε κάθε κίνηση.
- Η μετατόπιση  $\Delta x_2$ .
- Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου.

[ Απάντηση: **α.**  $\Delta t_1 = 100 \text{ s}$ ,  $\Delta t_2 = 400 \text{ s}$ , **β.**  $\Delta x_2 = 4000 \text{ m}$ , **γ.**  $u = 12 \text{ m/s}$  ]

9. Το διάγραμμα  $x - t$  δείχνει την κίνηση ενός σώματος πάνω σε μια ευθεία.

- Ποια είναι η μέση ταχύτητα σε κάθε φάση της διαδρομής.
- Ποια είναι η μέση ταχύτητα από : I) 0 έως 8 s, II) 2 έως 6 s.
- Ποια είναι η στιγμιαία ταχύτητα τις χρονικές στιγμές:  $t_1 = 0,5 \text{ s}$ ,  $t_2 = 1,5 \text{ s}$ ,  $t_3 = 3 \text{ s}$  και  $t_4 = 7 \text{ s}$ .
- Να κατασκευαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα  $u - t$ .
- Σε ποια χρονικά διαστήματα το σώμα:
  - είναι ακίνητο, II) κινείται προς τα δεξιά, III) κινείται προς τα αριστερά.

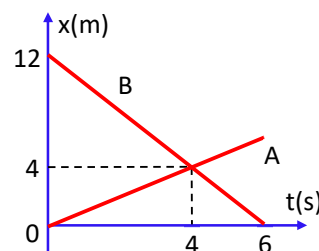


- Σε ποιες χρονικές στιγμές περνάει από την αρχή του άξονα και σε ποια χρονικά διαστήματα βρίσκεται στον θετικό και σε ποια στον αρνητικό ημιάξονα.

[ Απάντηση: **α.**  $u_1 = 4 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = 0$ ,  $u_3 = -2 \text{ m/s}$ ,  $u_4 = 0$ ,  $u_5 = 1 \text{ m/s}$  ]

10. Η θέση δύο σωμάτων A και B που κινούνται πάνω στον άξονα  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο σχήμα.

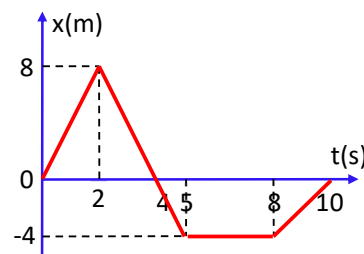
- Ποιο σώμα κινείται προς τα δεξιά και ποιο προς τα αριστερά.
- Ποιο από τα δύο σώματα έχει ταχύτητα μεγαλύτερου μέτρου.
- Ποια χρονική στιγμή τα δύο σώματα διασταυρώνονται και σε ποια θέση.
- Ποια χρονική στιγμή το σώμα B περνάει από την αρχή του άξονα  $x$ .
- Ποια είναι η εξίσωση κίνησης του κάθε σώματος.



[ Απάντηση: **ε.**  $x_1 = t$ ,  $x_2 = 12 - 2t$  το  $t$  σε s και το  $x$  σε m ]

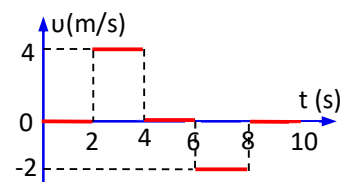
11. Το διάγραμμα της θέσης ενός σώματος που κινείται πάνω στον άξονα  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο σχήμα.

- Να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.
- Ποια είναι η μετατόπιση του σώματος από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 4 \text{ s}$ .
- Ποια είναι η μετατόπιση του σώματος από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 10 \text{ s}$ .
- Ποια είναι η μέση διανυσματική ταχύτητα και ποια η μέση αριθμητική ταχύτητα του σώματος για την χρονική διάρκεια από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 10 \text{ s}$ .



12. Ένα κινητό κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο όπως φαίνεται στο σχήμα.

- Σε ποια χρονικά διαστήματα το κινητό:
  - ηρεμεί, II) κινείται με θετική φορά, III) κινείται με αρνητική φορά.
- Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση και το συνολικό διάστημα.
- Ποια είναι η μέση ταχύτητα στην χρονική διάρκεια 0 έως 8 s.
- Αν την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 4 \text{ m}$ , να βρεθεί η θέση του κινητού την χρονική στιγμή  $t = 7 \text{ s}$ .
- Να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης - χρόνου.



[ Απάντηση: **β.**  $\Delta x = 4 \text{ m}$ ,  $s = 12 \text{ m}$ , **γ.**  $u = 0,5 \text{ m/s}$ , **δ.**  $x = 10 \text{ m}$  ]

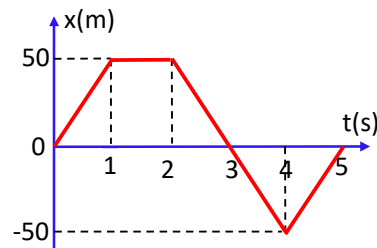
**13.** Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση στην οποία το διάγραμμα θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο σχήμα.

**α.** Σε ποιους χρόνους το κινητό κινείται κατά την θετική φορά του άξονα και σε ποιους κατά την αρνητική φορά.

**β.** Να βρεθεί η μετατόπιση του κινητού.

**γ.** Να βρεθεί το διάστημα που διήνυσε το κινητό.

[ Απάντηση:  $\Delta x = 0$ ,  $s = 200$  m ]



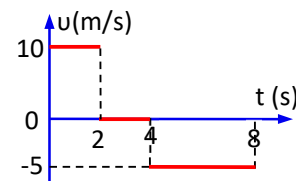
**14.** Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση στην οποία το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο σχήμα.

**α.** Να γίνει το διάγραμμα της θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο αν την  $t_0 = 0$  είναι  $x_0 = 10$  m.

**β.** Να υπολογιστεί η μετατόπιση και το διάστημα που διάνυσε το κινητό.

**γ.** Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του κινητού από 0 έως 4 s.

[ Απάντηση: **β.**  $\Delta x = 0$ ,  $s = 40$  m, **γ.**  $u = 5$  m/s ]



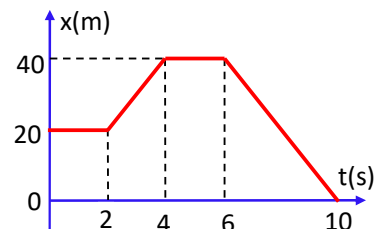
**15.** Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση  $x = f(t)$  για ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα.

**α.** Ποια είναι η τιμή της ταχύτητας τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 5$  s και  $t_2 = 8$  s.

**β.** Να βρεθεί η μετατόπιση του κινητού από την  $t = 2$  s έως την  $t = 10$  s.

**γ.** Να γίνει το αντίστοιχο διάγραμμα  $u = f(t)$ .

[ Απάντηση: **α.**  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = -10$  m/s, **β.**  $\Delta x = -20$  m ]



**16.** Μοτοσικλετιστής κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_M = 20$  m/s. Ένα περιπολικό αρχίζει να καταδιώκει με ταχύτητα μέτρου  $u_\pi = 30$  m/s τον μοτοσικλετιστή την στιγμή  $t_0 = 0$  που βρίσκεται σε απόσταση  $d = 500$  m πίσω από τον μοτοσικλετιστή. Θεωρούμε  $x_0 = 0$  την θέση του περιπολικού.

**α.** Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση το περιπολικό θα φθάσει τον μοτοσικλετιστή.

**β.** Να σχεδιαστεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου για τα δύο σώματα.

[ Απάντηση: **α.**  $t = 50$  s,  $x = 1500$  m ]

**17.** Δυο κινητά αναχωρούν ταυτόχρονα την  $t_0 = 0$  από δυο σημεία Α και Γ μιας ευθείας με σταθερές ταχύτητες μέτρου  $u_1 = 24$  m/s και  $u_2 = 16$  m/s αντίστοιχα. Θεωρούμε  $x_0 = 0$  την θέση του σημείου Α. Το τμήμα ΑΓ έχει μήκος  $AG = 80$  m. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση θα συναντηθούν τα κινητά αν:

**α.** κινούνται ομόρροπα στην κατεύθυνση  $A \rightarrow \Gamma$

**β.** κινούνται αντίρροπα πλησιάζοντας το ένα το άλλο.

[ Απάντηση: **α.**  $t = 10$  s,  $x_1 = 240$  m και **β.**  $t = 2$  s,  $x_1 = 48$  m ]

**18.** Δυο αυτοκίνητα αναχωρούν ταυτόχρονα την  $t_0 = 0$  από τις πόλεις Α και Β και κινούνται το ένα προς το άλλο με ταχύτητες  $u_1 = 72$  Km/h και  $u_2 = -108$  Km/h αντίστοιχα. Θεωρούμε  $x_0 = 0$  την θέση της πόλης Α. Αν η συνάντησή τους γίνει στην θέση  $x_1 = 2$  Km να υπολογιστούν:

**α.** Ο χρόνος συνάντησης των δυο αυτοκινήτων.

**β.** Η απόσταση  $d$  των δυο πόλεων.

[ Απάντηση: **α.**  $t = 100$  s, **β.**  $d = 5$  Km ]

**19.** Δυο κινητά βρίσκονται στα σημεία Α και Β μιας ευθείας και απέχουν απόσταση  $d = 120$  m. Θεωρούμε  $x_0 = 0$  την θέση της πόλης Α. Τα δυο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα την  $t_0 = 0$  και κινούνται ομόρροπα με σταθερές ταχύτητες  $u_1 = 4$  m/s και  $u_2 = 1$  m/s αντίστοιχα. Ποια χρονική στιγμή τα δυο κινητά

**α.** θα συναντηθούν.

**β.** θα απέχουν πάλι απόσταση  $d$ .

[ Απάντηση: **α.**  $t = 40$  s, **β.**  $t = 80$  s ]

- 20.** Ένας πεζοπόρος ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  από μια πόλη Α και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 4,5 \text{ Km/h}$ . Την ίδια χρονική στιγμή ξεκινάει ένας δεύτερος πεζοπόρος από μια άλλη πόλη Β και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_2 = - 2,5 \text{ Km/h}$ . Οι πεζοπόροι κινούνται ο ένας προς τον άλλο. Οι πόλεις απέχουν  $d = 14 \text{ Km}$ .
- α.** Πότε και σε ποια απόσταση από την πόλη Α θα συναντηθούν.  
**β.** Να σχεδιαστεί διάγραμμα θέσης – χρόνου για τους δύο πεζοπόρους.  
 [ Απάντηση: **α.**  $t = 2 \text{ h}$ ,  $x = 9 \text{ Km}$  ]
- 21.** Ένας πεζοπόρος ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  από μια πόλη Α και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 4 \text{ Km/h}$ . Ένας δεύτερος πεζοπόρος ξεκινάει από μια άλλη πόλη Β μισή ώρα μετά το ξεκίνημα του πρώτου πεζοπόρου και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_2 = - 6 \text{ Km/h}$ . Οι πεζοπόροι κινούνται ο ένας προς τον άλλο. Οι πόλεις απέχουν  $d = 22 \text{ Km}$ .
- α.** Πότε και σε ποια απόσταση από την πόλη Α θα συναντηθούν.  
**β.** Να σχεδιαστεί διάγραμμα θέσης – χρόνου για τους δύο πεζοπόρους.  
 [ Απάντηση : **α.**  $t = 2,5 \text{ h}$ ,  $x = 10 \text{ Km}$  ]
- 22.** Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται αντίθετα δύο αυτοκίνητα Α και Β, με σταθερές ταχύτητες μέτρων  $|u_1|=14\text{m/s}$  και  $|u_2|=16\text{m/s}$  αντίστοιχα και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  απέχουν μεταξύ τους  $1800 \text{ m}$ . Θεωρούμε έναν προσανατολισμένο άξονα  $x$ , με αρχή ( $x_0 = 0$ ) την αρχική θέση του Α αυτοκινήτου και θετική φορά προς τα δεξιά, με βάση τον οποίο θα μελετήσουμε τις κινήσεις των αυτοκινήτων.
- α.** Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης για τα δύο αυτοκίνητα.  
**β.** Σε ποιες θέσεις βρίσκονται τα δύο οχήματα την χρονική στιγμή  $t_1 = 40 \text{ s}$ ; Πόσο απέχουν μεταξύ τους;  
**γ.** Ποια χρονική στιγμή  $t_2$  και σε ποια θέση τα δύο αυτοκίνητα συναντώνται;  
**δ.** Να παραστήσετε γραφικά, στο ίδιο διάγραμμα, τις θέσεις των δύο κινητών σε συνάρτηση με τον χρόνο, από  $t_0 = 0$ , έως την στιγμή  $t_3 = 100 \text{ s}$ .

## 2. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

- 23.** Τέσσερα κινητά Α, Β, Γ, Δ κινούνται πάνω στον άξονα  $x$ . Τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 2 \text{ s}$  και  $t_2 = 4 \text{ s}$  οι ταχύτητες των κινητών είναι αντίστοιχα:  
 Κινητό Α:  $u_1 = 2 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = 4 \text{ m/s}$ , κινητό Β:  $u_1 = 4 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = 2 \text{ m/s}$ , κινητό Γ:  $u_1 = - 1 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = - 5 \text{ m/s}$  και κινητό Δ:  $u_1 = - 5 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = - 1 \text{ m/s}$ .  
 Να βρεθεί η μέση επιτάχυνση κάθε κινητού.  
 [ Απάντηση:  $\alpha_1 = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\alpha_2 = - 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\alpha_3 = - 2 \text{ m/s}^2$ ,  $\alpha_4 = 2 \text{ m/s}^2$  ]
- 24.** Η ταχύτητα ενός αντικειμένου σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από την σχέση  $u = \alpha + \beta \cdot t^2$  (S.I.), όπου  $\alpha = 10 \text{ m/s}$  και  $\beta = 2 \text{ m/s}^3$ . Να βρεθεί η μέση επιτάχυνση του αντικειμένου από 0 έως 4 s.  
 [ Απάντηση:  $\alpha = 8 \text{ m/s}^2$  ]
- 25.** Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$ . Την χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$  έχει ταχύτητα  $u = 5 \text{ m/s}$ . Να υπολογιστεί η επιτάχυνση και η θέση του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$ .  
 [ Απάντηση:  $\alpha = 0,5 \text{ m/s}^2$ ,  $x = 25 \text{ m}$  ]
- 26.** Ένα αεροπλάνο μετακινήθηκε κατά  $\Delta x = 800 \text{ m}$  στον διάδρομο πριν απογειωθεί. Αν ξεκίνησε από την ηρεμία, κινήθηκε με σταθερή επιτάχυνση και απογειώθηκε σε χρόνο  $\Delta t = 20 \text{ s}$  να υπολογιστούν:
- α.** Η επιτάχυνση.  
**β.** Η ταχύτητα την στιγμή της απογείωσης.  
 [ Απάντηση: **α.**  $\alpha = 4 \text{ m/s}^2$ , **β.**  $u = 80 \text{ m/s}$  ]

**27.** Ένα σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$  και έχει ταχύτητα  $u_0 = 0$ . Την χρονική στιγμή που βρίσκεται στην θέση  $x = 32$  m έχει ταχύτητα  $u = 8$  m/s. Να υπολογιστούν:

**α.** Η επιτάχυνση.

**β.** Η χρονική στιγμή στην οποία βρίσκεται στην θέση  $x = 32$  m.

[ Απάντηση : **α.**  $\alpha = 1$  m/s<sup>2</sup>, **β.**  $t = 8$  s ]

**28.** Ένα σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 10$  m και έχει ταχύτητα  $u_0 = 30$  m/s. Την χρονική στιγμή  $t = 6$  s βρίσκεται στην θέση  $x = 100$  m. Να υπολογιστούν:

**α.** Η επιτάχυνση.

**β.** Η θέση του την χρονική στιγμή  $t = 4$  s.

[ Απάντηση: **α.**  $\alpha = -5$  m/s<sup>2</sup>, **β.**  $x = 90$  m ]

**29.** Ένα σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = -3$  m/s<sup>2</sup>. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$  με ταχύτητα  $u_0 = 20$  m/s. Σε ποια χρονική στιγμή θα βρίσκεται στην θέση  $x = 56$  m και ποια ταχύτητα θα έχει τότε.

[ Απάντηση:  $t = 4$  s,  $u = 8$  m/s ή  $t = \frac{28}{3}$  s,  $u = -8$  m/s ]

**30.** Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_0 = 30$  m/s σε ευθύγραμμο δρόμο. Την στιγμή που το αυτοκίνητο βρίσκεται σε απόσταση  $d = 72$  m από ένα εμπόδιο ο οδηγός πατάει φρένο και το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή αρνητική επιτάχυνση. Σε χρόνο  $\Delta t = 4$  s το αυτοκίνητο πέφτει πάνω στο εμπόδιο. Να βρεθούν :

**α.** Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

**β.** Η ταχύτητα του αυτοκινήτου την στιγμή της σύγκρουσης.

[ Απάντηση: **α.**  $\alpha = -6$  m/s<sup>2</sup>, **β.**  $u = 6$  m/s ]

**31.** Ένας δρομέας των 100 m ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται με επιτάχυνση  $\alpha = 5$  m/s<sup>2</sup> μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα  $u = 10$  m/s. Στην συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u = 10$  m/s.

**α.** Να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της κίνησης.

**β.** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου.

[ Απάντηση: **α.**  $\Delta t = 11$  s ]

**32.** Αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_1 = 2$  m/s<sup>2</sup> για χρονική διάρκεια  $\Delta t_1 = 10$  s. Στην συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα για χρονική διάρκεια  $\Delta t_2 = 6$  s και μετά με επιτάχυνση  $\alpha_3 = -5$  m/s<sup>2</sup> μέχρι να σταματήσει. Να υπολογιστούν:

**α.** Η ολική διάρκεια της κίνησης.

**β.** Η συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου.

**γ.** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου αν για  $t_0 = 0$  είναι  $x_0 = 0$ .

[ Απάντηση: **α.**  $t_{ολ} = 20$  s, **β.**  $\Delta x_{ολ} = 260$  m ]

**33.** Ο χρόνος που χρειάζεται για να αντιδράσει ένας οδηγός από την στιγμή που θα αντιληφθεί τον κίνδυνο μέχρι να πατήσει φρένο είναι 0,7 s. Το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = -5$  m/s<sup>2</sup>.

**α.** Να βρεθεί η ολική μετατόπιση του αυτοκινήτου μέχρι να σταματήσει αν η αρχική του ταχύτητα είναι  $u_0 = 20$  m/s.

**β.** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου.

[ Απάντηση: **α.**  $\Delta x_{ολ} = 54$  m ]

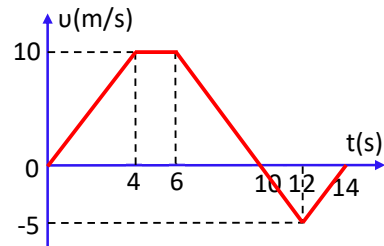
**34.** Κινητό την  $t_0 = 0$  ξεκινάει από την ηρεμία από την θέση  $x_0 = 0$  και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 5$  m/s<sup>2</sup>. Το κινητό περνάει από δυο σημεία που απέχουν απόσταση  $d = 100$  m με διαφορά χρόνου  $\Delta t = 4$  s. Να υπολογιστεί η θέση του δεύτερου σημείου από την αρχή της κίνησης.

[ Απάντηση:  $x = 122,5$  m ]

- 35.** Κινητό κινείται ευθύγραμμα και η γραφική παράσταση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$ .

**α.** Να υπολογιστεί η ολική μετατόπιση και το ολικό διάστημα.  
**β.** Να σχεδιαστούν τα αντίστοιχα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου και θέσης – χρόνου.

[ Απάντηση:  $\Delta x = 50 \text{ m}$ ,  $s = 70 \text{ m}$  ]



- 36.** Κινητό ξεκινάει από την ηρεμία την  $t_0 = 0$  από την θέση  $x_0 = 0$  και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_1 = 5 \text{ m/s}^2$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 4 \text{ s}$ . Στην συνέχεια κινείται με την ταχύτητα που απέκτησε για χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = 6 \text{ s}$ . Μετά κινείται με σταθερή επιβράδυνση και σταματάει μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t_3 = 10 \text{ s}$ .

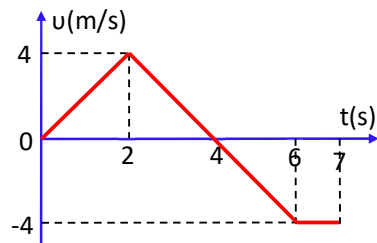
**α.** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου, επιτάχυνσης – χρόνου και θέσης – χρόνου.  
**β.** Ποια είναι η θέση του κινητού την χρονική στιγμή  $t = 15 \text{ s}$ .

[ Απάντηση: **β.**  $x = 235 \text{ m}$  ]

- 37.** Κινητό κινείται ευθύγραμμα και η γραφική παράσταση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου φαίνεται στο σχήμα. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$ .

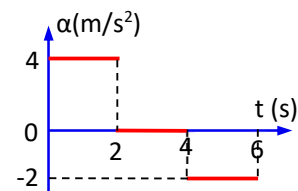
**α.** Να υπολογιστεί η ολική μετατόπιση και το ολικό διάστημα.  
**β.** Να σχεδιαστούν τα αντίστοιχα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου και θέσης – χρόνου.  
**γ.** Σε ποια θέση βρίσκεται το κινητό την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

[ Απάντηση: **α.**  $\Delta x = 0$ ,  $s = 16 \text{ m}$ , **γ.**  $x = 8 \text{ m}$  ]



- 38.** Ένα αυτοκίνητο κινείται πάνω στον άξονα  $x$ . Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου του αυτοκινήτου. Το αυτοκίνητο την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 4 \text{ m}$  και έχει ταχύτητα  $u_0 = 4 \text{ m/s}$ .

**α.** Να σχεδιαστούν τα αντίστοιχα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου.  
**β.** Ποια είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$ ;  
**γ.** Ποια είναι η θέση του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$ ;



- 39.** Μοτοσικλετιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u = 20 \text{ m/s}$  σε ευθύγραμμο δρόμο. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  που ο μοτοσικλετιστής περνάει μπροστά από ακίνητο τροχονόμο στην θέση  $x_0 = 0$ , ο τροχονόμος αρχίζει να τον καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 4 \text{ m/s}^2$ .

**α.** Ποια χρονική στιγμή, σε ποια θέση και με ποια ταχύτητα θα φθάσει ο τροχονόμος τον μοτοσικλετιστή.  
**β.** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου για τα δύο οχήματα.  
**γ.** Αν ο τροχονόμος είχε τη μισή επιτάχυνση θα έφτανε τον μοτοσικλετιστή; Αν ναι, ποια χρονική στιγμή, σε ποια θέση και με ποια ταχύτητα.

[ Απ: **α.**  $t = 10 \text{ s}$ ,  $x = 200 \text{ m}$ ,  $u = 40 \text{ m/s}$ , **γ.**  $t = 20 \text{ s}$ ,  $x = 400 \text{ m}$ ,  $u = 40 \text{ m/s}$  ]

- 40.** Δυο κινητά A και B ξεκινούν ταυτόχρονα ( $t_0 = 0$ ) από την ηρεμία και από το ίδιο σημείο και κινούνται ευθύγραμμα σε αντίθετες κατευθύνσεις με αντίστοιχες επιταχύνσεις  $\alpha_1 = 5 \text{ m/s}^2$  και  $\alpha_2 = -4 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογιστούν :

**α.** Η χρονική στιγμή που τα δυο κινητά θα απέχουν απόσταση  $d = 450 \text{ m}$ .  
**β.** Η ταχύτητα του κάθε κινητού τότε.  
**γ.** Το διάστημα που θα έχει διανύσει το κάθε κινητό τότε.

[ Απάντ: **α.**  $t = 10 \text{ s}$ , **β.**  $u_1 = 50 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = -40 \text{ m/s}$ , **γ.**  $s_1 = 250 \text{ m}$ ,  $s_2 = 200 \text{ m}$  ]

- 41.** Μια μοτοσυκλέτα κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_1 = 2 \text{ m/s}^2$  και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  περνάει από την θέση  $x_{01} = 0$  με ταχύτητα  $u_0 = 10 \text{ m/s}$ . Την ίδια στιγμή ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία από την θέση  $x_{02} = 18 \text{ m}$  (μπροστά από τη μοτοσυκλέτα). Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου είναι  $\alpha_2 = 3 \text{ m/s}^2$  και κινείται στην ίδια κατεύθυνση με την μοτοσυκλέτα. Να δείξετε ότι την χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$  η

μοτοσυκλέτα θα προσπεράσει το αυτοκίνητο και την χρονική στιγμή  $t_2 = 18 \text{ s}$  το αυτοκίνητο θα προσπεράσει την μοτοσυκλέτα.

**42.** Ένα αυτοκίνητο και μία μοτοσυκλέτα ξεκινούν από την ηρεμία από το ίδιο σημείο ( $x_0 = 0$ ) ενός ευθύγραμμου δρόμου. Το αυτοκίνητο κινείται με επιτάχυνση  $\alpha_1 = 1,6 \text{ m/s}^2$  και ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_{01} = 0$ . Η μοτοσυκλέτα ξεκινάει την χρονική στιγμή  $t_{02} = 1 \text{ s}$  και κινείται με επιτάχυνση  $\alpha_2 = 2,5 \text{ m/s}^2$ .

**α.** Ποια χρονική στιγμή η μοτοσυκλέτα θα φθάσει το αυτοκίνητο.

**β.** Πόσο θα έχει μετατοπιστεί η μοτοσυκλέτα τότε.

**γ.** Ποιες είναι οι ταχύτητες των δύο οχημάτων τότε.

**δ.** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου για τα δύο οχήματα.

[ Απάντηση: **α.**  $t = 5 \text{ s}$ , **β.**  $\Delta x = 20 \text{ m}$ , **γ.**  $u_1 = 8 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = 10 \text{ m/s}$  ]

**43.** Δυο κινητά Α και Β ξεκινούν την  $t_0 = 0$  από το ίδιο σημείο ( $x_0 = 0$ ) και κινούνται ευθύγραμμα σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες  $u_{01} = 12 \text{ m/s}$  και  $u_{02} = -8 \text{ m/s}$ . Το κινητό Α έχει επιτάχυνση  $\alpha_1 = -5 \text{ m/s}^2$  ενώ το κινητό Β έχει επιτάχυνση  $\alpha_2 = 3 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογιστεί ποια χρονική στιγμή τα δυο κινητά θα συναντηθούν και σε ποια θέση.

[ Απάντηση:  $t_1 = 20 \text{ s}$  και  $x_1 = -760 \text{ m}$  ( θετικά η κίνηση του Α ) ]

**44.** Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  και κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 4 \text{ m/s}^2$ . Ποια θα είναι η μετατόπισή του κατά την διάρκεια του τρίτου δευτερόλεπτου της κίνησής του.

[ Απάντηση:  $\Delta x = 10 \text{ m}$  ]

**45.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 2 \text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x = 17 \text{ m}$  κατά την διάρκεια του τέταρτου δευτερόλεπτου της κίνησής του. Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου.

[ Απάντηση:  $u_0 = 10 \text{ m/s}$  ]

**46.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 16 \text{ m}$  κατά την διάρκεια του δεύτερου δευτερόλεπτου της κίνησής του και κατά  $\Delta x_2 = 28 \text{ m}$  κατά την διάρκεια του πέμπτου δευτερόλεπτου της κίνησής του. Να υπολογιστούν:

**α.** Η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου.

**β.** Η επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

[ Απάντηση: **α.**  $u_0 = 10 \text{ m/s}$ , **β.**  $\alpha = 4 \text{ m/s}^2$  ]

**47.** Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 2 \text{ m/s}^2$ . Την χρονική στιγμή  $t_0 = 2 \text{ s}$  το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 4 \text{ m}$ , ενώ την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  βρίσκεται στην θέση  $x_1 = -8 \text{ m}$ .

**α.** Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα του κινητού.

**β.** Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση μηδενίζεται η ταχύτητα του κινητού.

**γ.** Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή το κινητό βρίσκεται για δεύτερη φορά στην θέση  $x = 4 \text{ m}$ .

**δ.** Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή το κινητό βρίσκεται για δεύτερη φορά στην θέση  $x = -8 \text{ m}$ .

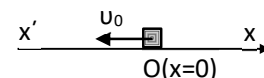
**48.** Το μικρό σώμα του διπλανού σχήματος κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'$  προς την αρνητική του κατεύθυνση. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  διέρχεται από το σημείο Ο που είναι η αρχή του άξονα ( $x_0 = 0$ ), με ταχύτητα  $u_0 = -8 \text{ m/s}$ . Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη και την χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$  διέρχεται για 1<sup>η</sup> φορά από ένα σημείο Α με τετμημένη  $x = -12 \text{ m}$ .

**α.** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση  $\alpha$  του σώματος.

**β.** Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση είναι  $u = 0$ .

**γ.** Ποια χρονική στιγμή περνάει για 2<sup>η</sup> φορά από την θέση  $x = 0$ .

**δ.** Ποια χρονική στιγμή περνάει για 2<sup>η</sup> φορά από την θέση  $x = -12 \text{ m}$ .





**49.** Στο διάγραμμα δίνεται η θέση ενός κινητού, που κινείται στον άξονα  $x$ .

**A.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**α.** Την χρονική στιγμή  $t = 15$  s το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα  $x$ .

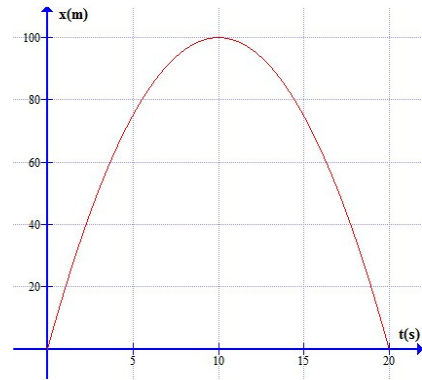
**β.** Την χρονική στιγμή  $t = 10$  s το κινητό έχει μηδενική ταχύτητα.

**γ.** Η μέση ταχύτητα από  $0 - 10$  s είναι ίση με  $10$  m/s.

**δ.** Η μετατόπισή του μέχρι την στιγμή  $t = 20$  s είναι μηδέν.

**ε.** Η μετατόπισή του από  $t = 10$  s έως  $t = 20$  s είναι  $-100$  m.

**B.** Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $u_0$  του σώματος και την επιτάχυνσή του  $a$ .



**50.** Στο διάγραμμα δίνεται η θέση ενός κινητού, που κινείται στον άξονα  $x$ .

**A.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**α.** Την χρονική στιγμή  $t = 1$  s το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα  $x$ .

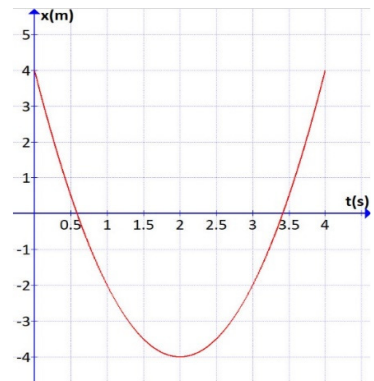
**β.** Την χρονική στιγμή  $t = 2$  s το κινητό έχει μηδενική ταχύτητα.

**γ.** Η μέση ταχύτητα από  $2$  s  $- 4$  s είναι ίση με  $4$  m/s.

**δ.** Η μετατόπισή του μέχρι την στιγμή  $t = 4$  s είναι μηδέν.

**ε.** Η μετατόπισή του από  $t = 0$  έως  $t = 2$  s είναι  $-8$  m.

**B.** Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $u_0$  του σώματος και την επιτάχυνσή του  $a$  (αλγεβρικές τιμές).



**51.** Στο διάγραμμα δίνεται η θέση ενός κινητού, που κινείται στον άξονα  $x$ .

**A.** Ποιες είναι οι αρχικές συνθήκες  $(t_0, x_0)$  της κίνησης;

**B.** Τι είδους κίνηση εκτελεί το σώμα στον άξονα  $x$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Γ.** Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $u_0$  του σώματος και την επιτάχυνσή του  $a$  (αλγεβρικές τιμές).

